

ЗМІСТ

Стр.

РОЗДІЛ 1 МОДЕЛІ СЕРЕНДИПОВИХ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕН- ТІВ НА ОСНОВІ «THE THEORY OF PLAFALES»	3
1.1 Четверна роль базисів CSE	3
1.2 Загальна конфігурація розрахункових шаблонів	5
1.2.1 Стандартна конфігурація	8
1.2.2 Розширена конфігурація	13
1.3 Модель CSE·4	14
1.3.1 Конструювання базисної функції у 1-ому вузлі	15
1.3.2 Конструювання базисної функції у 2-ому вузлі	19
1.3.3 Конфігурації базисних функцій у 3, 4-ому вузлах	20
1.3.4 Ансамблювання поверхонь	21
1.3.5 Конфігурація польової функції	21
1.4 Модель CSE·8	22
1.4.1 Конструювання базисної функції у 1-ому вузлі	23
1.4.2 Конфігурації базисних функцій у (2 – 8)-ому вузлах	25
1.4.3 Ансамблювання поверхонь	25
1.4.4 Конфігурація польової функції	26
1.5 Модель CSE·12	27
1.5.1 Конструювання базисної функції у 1-ому вузлі	28
1.5.2 Конфігурації базисних функцій у (2 – 12)-ому вузлах	31
1.5.3 Ансамблювання поверхонь	31
1.5.4 Конфігурація польової функції	31
1.6 Модель трикутника 1-ого порядку (CSE·3)	33
1.6.1 Конструювання базисної функції у 1-ому вузлі	34
1.6.2 Конфігурації базисних функцій у 2, 3-ому вузлах	36
1.6.3 Ансамблювання поверхонь	37
1.6.4 Конфігурація польової функції	37
1.7 Модель трикутника 2-ого порядку (CSE·6)	38
1.7.1 Конструювання базисної функції у 1-ому вузлі	39
1.7.2 Конфігурації базисних функцій у (2 – 6)-ому вузлах	41
1.7.3 Ансамблювання поверхонь	41

1.7.4	Конфігурація польової функції	42
1.8	Висновки	43
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ		44

РОЗДІЛ 1

МОДЕЛІ СЕРЕНДИПОВИХ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА ОСНОВІ «THE THEORY OF PLAFALES»

1.1 Четверна роль базисів SSE

Автори альтернативних моделей SSE [1 – 58] конструктивно довели, що роль базисних функцій – потрібна. Вони використовуються в ізопараметричній техніці і в задачах локалізації навантажень на скінченний елемент.

У роботах [59 – 67] була поставлена ключова мета – конструктивно довести, що роль базисних функцій SSE – четверна. Характеристика четвертої ролі – t (час). А priori, відомі в MSE програмні комплекси і системи автоматизованого проектування і розрахунку містять у своїй алгоритмічній основі набори базисів, раніше знайдених людиною. Виникає інтерес до створення покоління універсальних програмно-апаратних комплексів, які розв’язують наступні класи практичних задач:

1. автоматичний режим конструювання оптимальних базисів SSE на відомих розрахункових шаблонах;
2. автоматичний режим конструювання оптимальних базисів SSE на розрахункових шаблонах, на якому людина ще не знайшла функції форми. Наприклад, для правильних n -кутників виду $n = 2^{2^k} + 1$, $k \geq 2$ [68];
3. автоматичний режим конструювання оптимальних базисів SSE, які задовольняють диференціальному критерію гармонічності Лапласа [69], інтегральним критеріям гармонічності Привалова і Кьобе [70, 71].

Для 1-го класу задач, в якості алгоритмічної (складової) основи ПАК, має місце комбінований алгебро-геометричний метод [8]. Для гарантованої реалізації лінії ПАК, які розв’язують задачі 2 і 3-го класів, необхідно розробити якісні математичні моделі і залучити штучний інтелект [72]. Серед нескінченної кількості оптимальних базисів SSE, які реалізують один і той самий спектр навантажень, пошук базису, який задовольняє диференціальному і (або) інтегральним критеріям гармонічності – проблема NP-складності [73] (задача

повного перебору).

Для успішного виконання задач 2 і 3-го класів, вказані ПАК повинні виконати всебічний аналіз заданої конфігурації $L = L(x, y, t)$ з формоутворенням поверхні базисної функції $N(x, y) \equiv L(x, y, T)$, T – момент часу, при якому утворюється (має місце) поверхня $N(x, y)$. Невід’ємною складовою аналізу є дослідження проміжних поверхонь $M(x, y) \equiv L(x, y, t)$, $t = \text{fix}$, які утворюються (можуть бути отримані) в певному проміжку часу $t \in [0, T]$. А priori, володіючи аналітичним видом функції форми $N(x, y)$, можна виконати візуалізацію (отримати ілюстративні образи у тривимірному просторі) нестационарної поверхні $L(x, y, t) = N(x, y) \circ T(t)$ у фіксовані моменти часу (« \circ » – символ композиції); в окремому випадку – $L(x, y, t) = N(x, y) \cdot T(t)$, $T(t)$ – нормуючий множник. У разі розгляду базисної функції як функції від часу у явному вигляді, наприклад для ССЕ першого порядку: $N_i(x, y, t) = \mu_1^{(i)}(t) + \mu_2^{(i)}(t)x + \mu_3^{(i)}(t)y + \mu_4^{(i)}(t)xy$, стандартні функції форми [74 – 76] можуть бути отримані із застосуванням апарату матричної алгебри з урахуванням інтерполяційної гіпотези. В результаті, для базису білінійної інтерполяції має місце наступна тотожність: $N_i(x, y) \equiv N_i(x, y, T_i) = \mu_1^{(i)}(T_i) + \mu_2^{(i)}(T_i)x + \mu_3^{(i)}(T_i)y + \mu_4^{(i)}(T_i)xy$, $\mu_1^{(i)}(T_i) = \frac{1}{4}$, $\mu_2^{(i)}(T_i) = \frac{1}{4}x_i$, $\mu_3^{(i)}(T_i) = \frac{1}{4}y_i$, $\mu_4^{(i)}(T_i) = \frac{1}{4}x_i y_i$, де $x_i, y_i = \pm 1$. Фактично, із залученням компоненти часу, виникає новий підхід до конструювання базисів ССЕ, а саме: *шукані функції форми ССЕ – логічний наслідок всебічного (багатогранного) аналізу моделей $L = L(x, y, t)$.*

У строгому розумінні і у загальному вигляді, $u = u(x, y, t)$ – тривимірний топологічний многовид M^3 [77, 78] у чотиривимірному просторі, $M(x, y)$ – проекція (двовимірний многовид M^2) многовиду M^3 на тривимірний простір. Тобто, модель відображень ($\text{Hom}_{\text{Top}}(E^m, M^n)$ [79]), Top – категорія топологічних просторів, E^m – m -вимірний евклідов простір [80], виглядає наступним чином:

- $u : E^3 \rightarrow E^4$, $u = u(x, y, t)$ – мономорфізм (у загальному вигляді), x, y, t – виміри E^3 . Тривимірний многовид M^3 отриманий у результаті відображення;
- $f : M^3 \rightarrow E^3$, f – мономорфізм (у загальному вигляді), x, y, z – виміри

E^3 . Двовимірний многовид M^2 (перспектива) – результат дії відображення.

При використанні апарату «the theory of plafales» [81, 82], процедура отримання поверхні $M(x, y)$ (проекції тривимірного многовиду M^3 на тривимірний простір) виглядає наступним чином:

- $u : PF_k^{USP} \cong E^2 \rightarrow E^3$, $u = u(x, y, t)$ – мономорфізм (у загальному вигляді), x, y, z – виміри E^3 . Поверхня першого порядку E^2 (площина) гомеоморфна об'єкту «the theory of plafales» – the static canvas of plafal (статичний килим) PF_k^{USP} [82, с. 16]. З точки зору алгоритмічної складності, вказана операція більш оптимальна ніж модель з двох послідовних відображень, так як шуканий многовид M^2 – отриманий у результаті єдиного відображення.

Розроблені математичні моделі ССЕ [60 – 66], на основі апарату «the theory of plafales» [81, 82], містять у собі конфігурації $L = L(x, y, t)$ на квадратному і трикутному шаблонах; і як наслідок – моделюють формоутворення нестационарних поверхонь польових функцій $U(x, y, t) = \sum_{i=1}^m N_i(x, y) \cdot U_i(t)$.

Пошук розв'язання ПАК усіх трьох класів задач – це залучення машинного часу і ресурсів потужностей ЕОМ [83]. Час виступає комплексним інструментом: він є якісним індикатором робіт ПАК і ЕОМ для обробки результатів конструювання базисних і польових функцій.

Таким чином, четверта роль базисних функцій ССЕ має наступний зміст:

- вони використовуються в ізопараметричній техніці і в задачах розподілу навантажень на скінченний елемент;
- на 2D розрахункових шаблонах (квадрат, трикутник і т. д.), базисна функція є функцією від часу у неявному вигляді, а саме: $N_i(x, y) \equiv L_i(x, y, T_i)$. Якісні властивості і необхідні вимоги, які висуваються до функції форми ССЕ, є результатами аналізу моделей $L = L(x, y, t)$ з боку ПАК.

1.2 Загальна конфігурація розрахункових шаблонів

Введемо наступні системи «the theory of plafales» [81, 82]: the static canvas of plafal (статичний килим) PF_k^{USP} [82, с. 16], the „ensemble“ of the points (ан-

самбль точок) $PF_{r(i,j)}^{ens(i,e)}$ [82, с. 569 – 575], the imaginary point of plafal (уявна точка) $PF^{(i,e)pi}$ [82, с. 29 – 86], the degenerate isolated point of plafal (вироджена ізольована точка) $PF^{bd(i,e)p(i,e)}$ [82, с. 23 – 25], the flickering point of plafal (мерехтлива точка) $PF^{(i,e)pid}$ [82, с. 87 – 152].

На статичному килимі (поверхня нульового рівня) PF_k^{USP} ансамбль точок $PF_{r(i,j)}^{ens(i,e)}$ [82, с. 569] створює ССЕ (квадратний, трикутний і т. д.) – $PF_{r(i,j)F^d(x,y)}^{ens(i,e)}$ [82, с. 555, с. 569]:

$$PF_k^{USP} : PF_{r(i,j)}^{ens(i,e)} \longrightarrow PF_{r(i,j)F^d(x,y)}^{ens(i,e)}. \quad (1.1)$$

Базисні функції $N_i(x, y)$ ($i = \overline{1, m}$) задовольняють інтерполяційній гіпотезі:

$$N_i(x_k, y_k) = \delta_{ik}, \quad \sum_{i=1}^m N_i(x, y) = 1, \quad (1.2)$$

де δ_{ik} – символ Кронекера, i – номер функції, k – номер вузла, m – кількість вузлів.

Модель $\Delta L(x, y, t)$ у загальному вигляді:

$$G \equiv \Delta L(x, y, t) = \bigcup_{i=1}^m L_i(x, y, t) \circ g_i(t) \circ g_i^r(t), \quad (1.3)$$

G – глобальна функція часу змін аплікат поверхонь $L_i(x, y, t)$ з урахуванням плавних переходів. В подальшому, G виступатиме композицією об'єктів «the theory of plafales».

Використовуючи інтерполяційну гіпотезу (1.2), покладемо [82, с. 30]:

$$L_i(x_i, y_i, T_i) = N_i(x_i, y_i) = PF^{(i,e)pi} = a(m(T_i)) \pm 1 = 1, \quad (1.4)$$

$$L_i(x_i, y_i, t) = M_i(x_i, y_i) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1, \quad (1.5)$$

де $a(m(t)) \pm 1$ – характеристична функція уявної точки; $m(t)$ – функція часу характеристичної функції.

Використовуючи інтерполяційну гіпотезу (1.2), покладемо [82, с. 30]:

$$L_i(x_k, y_k, T_i) = N_i(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p(i,e)} = a(n(T_i)) \pm 1 = 0, \quad i \neq k, \quad (1.6)$$

$$L_i(x_k, y_k, t) = M_i(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1, \quad i \neq k, \quad (1.7)$$

де $a(n(t)) \pm 1$ – характеристична функція виродженої ізольованої точки; $n(t)$ – функція часу характеристичної функції.

Покладемо значення вздовж границі елемента (виключаючи вузли) і всередині елемента (область D) [82, с. 88]:

$$\begin{cases} L_i(x, y, t) = M_i(x, y) = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1, \\ h(t) = m(t)f(x, y) \pm n(t)f(x, y), \\ M_i(x, y) = M_i(x'_0, y'_0) + \sum_{k=1}^s \frac{1}{k!} ((x - x'_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y'_0) \frac{\partial}{\partial y})^k M_i(x'_0, y'_0) + o(\rho^s), \end{cases} \quad (1.8)$$

де $a(h(t)) \pm 1$ – характеристична функція мерехтливої точки; $h(t)$ – функція часу характеристичної функції; третє рівняння системи (1.8) – розклад за формулою Тейлора; (x'_0, y'_0) – координати барицентра.

Для характеристичних функцій $a(m(t)) \pm 1$, $a(n(t)) \pm 1$ виникають наступні можливості:

- для (1.4), (1.6) існує спільне значення часу $t = T_{\text{спіл}}$ при якому вони мають місце, а отже $m(t)$, $n(t)$ взаємопов'язані між собою наступним чином:

$$\begin{cases} a(m(t)) \pm 1 = 1, \\ a(n(t)) \pm 1 = 0, \end{cases} \Rightarrow n(t) = f(m(t)), \quad (1.9)$$

дана конструкція і вибір відображення „ a “ – „м'яке“ моделювання [84] конфігурації обчислювального шаблону. Наприклад, $a = \sin$.

- $m(t)$ і $n(t)$ є довільними функціями, а отже для кожної із них можуть існувати власні моменти часу, при яких мають місце (1.4), (1.6).

Послідовність побудови (переходу за часом) базисних функцій складається з наступного ланцюгу: $N_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y) \rightarrow \dots \rightarrow N_m(x, y)$, з урахуванням $\sum_{i=1}^m N_i(x, y) = 1$ і $\sum_{i=1}^m \gamma_i = 1$. Між базисними функціями здійснюються плавні переходи за часом. Відлік часу розпочнемо з $t = 0$. Вищезгадані ПАК виконують одночасний процес аналізу стандартної і розширеної конфігурацій $L = L(x, y, t)$.

1.2.1 Стандартна конфігурація

З урахуванням (1.8), для стандартної конфігурації мають місце дві системи:

$$N_i(x, y) = \begin{cases} a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}, \\ h(T) = m(T)f(x, y) \pm n(T)f(x, y), \\ f(x, y) = \sum_{r=0}^s ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r, \\ \min s = \left\{ \left[\frac{m}{3} \right], \dots, \left[\frac{m}{2} \right], \dots, \left[\frac{\left[\frac{m}{2} \right] + 1}{2} \right]^2 \right\}, \max s = m, [] - \text{ціла част.}, \\ x^i y^j \notin \varphi(x, y) \Rightarrow \frac{\partial^p}{\partial x^i \partial y^j} \equiv 0, \quad i + j = p, \quad p \leq s, \\ \gamma_i = \frac{1}{S} \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dx dy, \\ \Delta(a(h(T)) \pm 1) = 0, \\ M_i(x_0, y_0) = \frac{1}{S} \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dS, \\ M_i(x_0, y_0) = \frac{1}{L} \oint (a(h(T)) \pm 1) dl, \quad (x_0, y_0) - \text{барицентр}, \end{cases} \quad (1.10)$$

для $a(h(T)) \pm 1$ виконаний розклад за формулою Тейлора згідно третього рівняння (1.8), $\varphi(x, y)$ – інтерполяційний поліном ССЕ у загальному вигляді, m – кількість вузлів ССЕ, Δ – оператор Лапласа, γ_i – вузлова доля масової сили, $\Delta(a(h(T)) \pm 1) = 0$ – диференціальний критерій гармонічності Лапласа, $M_i(x_0, y_0) = \frac{1}{S} \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dS$ – інтегральний критерій гармонічності Привалова, $M_i(x_0, y_0) = \frac{1}{L} \oint (a(h(T)) \pm 1) dl$ – інтегральний критерій гармонічності Кьобе, $\alpha_{\frac{r^2+r+2q+2}{2}} x^{r-q} y^q$, $q = \overline{0, r}$ – q -ий член у розкладі $(\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r$. $M_i(x_0, y_0)$ – значення правої частини третього рівняння (1.8). В загальному вигляді, конфігурація (1.10) є перевизначеною системою, тому підсистема W^* з мінімальним набором рівнянь (кількість рівнянь: $\frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2}$) визначає шукані коефіцієнти α для $f(x, y)$.

Значення s вибирається згідно побудови й існування інтерполяційного поліному ССЕ у загальному вигляді (в тому числі з урахуванням невузлових параметрів) [8, 74]; із збереженням міжелементної неперервності [85].

Множина ключових компонентів підсистеми W^* складається з m рівнянь

$\{a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}\}$, h рівнянь $\{x^i y^j \not\subseteq \varphi(x, y) \Rightarrow \frac{\partial^p}{\partial x^i \partial y^j} \equiv 0, i + j = p\}$, $\max h = \left\{ \frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2} - m \right\}$ відповідно.

У випадку $h = \frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2} - (m + 1)$, ПАК на місце $\frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2}$ -ого рівняння ставить одне із чотирьох останніх рівнянь (фактично, виконується процедура повного перебору) конфігурації (1.10), а також виконує одночасно бієкцію $f : t \in (a, b) \leftrightarrow R$ між довільним інтервалом (a, b) і множиною дійсних чисел R наступним чином [86]:

$$\begin{cases} f = \cot \frac{\pi(t-a)}{b-a} = \alpha_{i'}, \\ i' = 1, \frac{r^2 + r + 2q + 2}{2}, q = \overline{0}, r, r = \overline{1}, s. \end{cases} \quad (1.11)$$

Розглянемо нижченаведені конфігурації моделі (1.10):

1. $h = \left\{ \frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2} - (m + i''), i'' = \overline{2}, \overline{5} \right\}$: використовуються чотири останні рівняння (1.10), а також залежність (1.11); i'' – кількість невузлових параметрів (мономів). Для вказаної конфігурації, в загальному вигляді, модель (1.10) може бути недовизначеною системою, тому для ρ' невідомих α , де $\max \rho' = \frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2} - (m + h + 1)$, приймаємо $\alpha \equiv C, C \in R$. Аналогічно для $h \leq \frac{(\max s)^2 + 3 \cdot (\max s) + 2}{2} - (m + i'')$.
2. $h = \left\{ \frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2} - (m + i''), i'' > 5 \right\}$: конфігурація (1.10) є недовизначеною системою; для ρ'' невідомих α , де $\min \rho'' = \frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2} - (m + h + 5)$, приймаємо $\alpha \equiv C, C \in R$. Аналогічно для $h \leq \frac{(\max s)^2 + 3 \cdot (\max s) + 2}{2} - (m + i'')$.

Необхідно зазначити, що для обох випадків – бієкція (1.11) завжди має місце.

Для квадратних ССЕ вищого порядку (починаючи з біквадратичної інтерполяції) не існує базисів які б задовольняли диференціальний критерій гармонічності Лапласа [8]. Функції форми для трикутника і квадрата 1-ого порядків задовольняють вказаний критерій.

Якщо в результаті всебічного аналізу конфігурації (1.10) зі сторони ПАК, шукані базисні функції, з необхідними вимогами користувача (наприклад, достатньо щоб базис задовольняв інтегральний критерій гармонічності Привалова), не були знайдені в аналітичному вигляді, але гарантовано розв'язана сис-

тема W^* – ПАК продовжує процес аналізу конфігурацій (1.12), (1.14), (1.15).

З урахуванням (1.5), (1.7), (1.8), друга система стандартної конфігурації має наступний вигляд:

$$M_i(x, y) = \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} a(h(t)) \pm 1 = \delta_{ik} \cdot (a(m(t)) \pm 1), \\ a(h(t)) \pm 1 = \{M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\}, \\ a(h(t)) \pm 1 = \{\Gamma_i : M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\} \wedge \{PF^{(i,e)pid} \equiv 0\}, \end{array} \right. \\ h(t) = m(t)f(x, y) \pm n(t)f(x, y), \\ f(x, y) = \sum_{r=0}^s ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r, \\ \min s = \left\{ \left[\frac{m}{3} \right], \dots, \left[\frac{m}{2} \right], \dots, \left[\frac{\left[\frac{m}{2} \right] + 1}{2} \right]^2 \right\}, \max s = m, [] - \text{ціла част.}, \\ x^i y^j \not\subseteq \varphi(x, y) \Rightarrow \frac{\partial^p}{\partial x^i \partial y^j} \equiv 0, \quad i + j = p, \quad p \leq s, \\ \gamma_i = \frac{1}{S} \iint_D (a(h(t)) \pm 1) dx dy, \\ \Delta(a(h(t)) \pm 1) = 0, \\ M_i(x_0, y_0) = \frac{1}{S} \iint_D (a(h(t)) \pm 1) dS, \\ M_i(x_0, y_0) = \frac{1}{L} \oint (a(h(t)) \pm 1) dl, (x_0, y_0) - \text{барицентр}, \end{array} \right. \quad (1.12)$$

для $a(h(t)) \pm 1$ виконаний розклад за формулою Тейлора згідно третього рівняння (1.8) – має місце права частина зазначеної системи. Розглянемо кожен із випадків окремо. У випадку $a(h(t)) \pm 1 = \delta_{ik} \cdot (a(m(t)) \pm 1)$: в i -му вузлі здійснюється зміна аплікати згідно закону $(a(m(t)) \pm 1)$; в інших $(m - 1)$ вузлах має місце δ_{ik} . У випадку $a(h(t)) \pm 1 = \{M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\}$: в i -му вузлі здійснюється зміна аплікати згідно закону $(a(m(t)) \pm 1)$; в інших $(m - 1)$ вузлах здійснюються зміни аплікат згідно закону $(a(n(t)) \pm 1)$. У випадку $a(h(t)) \pm 1 = \{\Gamma_i : M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\} \wedge \{PF^{(i,e)pid} \equiv 0\}$, Γ – границя ССЕ, « \wedge » – символ кон’юнкції: для сторони (сторін) границі ССЕ – $\{\Gamma_i : M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\}$, на якій (яких) знаходиться i -ий вузел, маємо: в i -му вузлі здійснюється зміна аплікати згідно закону $(a(m(t)) \pm 1)$, в інших вузлах здійснюються зміни аплікат згідно закону $(a(n(t)) \pm 1)$; для сторін, на яких не знаходиться i -ий вузел, значення аплікат поверхонь $M_i(x, y)$ дорів-

нює нулю. Безумовно, ПАК виконує одночасну процедуру аналізу всіх трьох розглянутих випадків конфігурації (1.12).

Конфігурація (1.12) є перевизначеною системою, тому підсистема W^{**} з мінімальним набором рівнянь (кількість рівнянь: $\frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2}$) визначає шукані коефіцієнти $\alpha = g(t)$ для $f(x, y)$, а отже повністю задає $L_i(x, y, t)$ у тривимірному просторі (многовид M^3). **Зауваження.** У строгому сенсі, поверхня $M_i(x, y)$ (многовид M^2) є складовою $L_i(x, y, t)$ (многовиду M^3), яка може бути отримана у фіксований момент часу $t \in [a, T]$.

Множина ключових компонентів підсистеми W^{**} складається з h рівнянь $\{x^i y^j \notin \varphi(x, y) \Rightarrow \frac{\partial^p}{\partial x^i \partial y^j} \equiv 0, i + j = p\}$, до решти $(\frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2} - h)$ рівнянь входять усі можливі комбінації рівнянь (1.12) і бієкція (1.11). Кількість таких комбінацій складає $C_V^{(\frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2} - h)}$, C – сполука, V – наступна множина: $V = \{\gamma_i, \Delta, M_i(x_0, y_0), \{M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\}, \{PF^{(i,e)pid} \equiv 0\}, \alpha_{i'}\}$, де γ_i – вузлова доля масової сили, Δ – диференціальний критерій гармонічності Лапласа, $M_i(x_0, y_0)$ – останні два рівняння (1.12), $\{M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\}$ – підмножина з m рівнянь, $\{PF^{(i,e)pid} \equiv 0\}$ – рівняння сторін границі ССЕ на яких не знаходиться i -ий вузел і, відповідно, значення аплікату поверхонь $M_i(x, y)$ дорівнює нулю, $\alpha_{i'}$ – залежність (1.11).

Наведемо приклад для ССЕ-4 (квадрат першого порядку), а ргіорі, володіючи значенням h : $s = \lfloor \frac{m}{2} \rfloor = \lfloor \frac{4}{2} \rfloor = 2$, $h = 2$; отже $C_{V^*}^{(\frac{2^2 + 3 \cdot 2 + 2}{2} - 2)} = C_8^4 = 70$, $|V^*| = 8$, $V^* = \{\underbrace{\gamma_i, \Delta, M_i(x_0, y_0)}_{2 \text{ рівняння}}, \underbrace{\{M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\}}_{4 \text{ рівняння}}\} \subset V$. Тобто, для решти $(\frac{2^2 + 3 \cdot 2 + 2}{2} - 2) = 4$ -х рівнянь, ПАК використовує усі 70 комбінацій; наприклад: $\{\underbrace{\gamma_i, \Delta, M_i(x_0, y_0)}_{2 \text{ рівняння}}, \underbrace{\{M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\}}_{4 \text{ рівняння}}\}$ і т. д.

У випадку $\exists \min \rho''' = (\frac{(\min s)^2 + 3 \cdot (\min s) + 2}{2} - h - |V|) \geq 1, \rho''' \in N, |V|$ – потужність зліченної множини; для ρ''' невідомих α приймаємо $\alpha \equiv C, C \in R$. **Зауваження.** Множина V має бути строго визначена, тобто всі її елементи, які використовуються для конкретного ССЕ мають сенс. Фактично, в частинному випадку, $M_i(x, y)$ є субститут-базисом.

Все вищесказане справедливо для $\min s < s \leq \max s$.

Розглянемо логіку пошуку базисної функції з боку ПАК. Підсистема W^{**} конфігурації (1.12), і відповідний їй многовид M^3 , є допоміжним інструментом конструювання шуканого базиса для підсистеми W^* конфігурації (1.10). Дійсно, в області D (всередині ССЕ), підсистема W^{**} визначає додаткові вимоги до функції форми зі сторони користувача, які ПАК не визначив у моделі (1.10), але, безумовно, система W^* має місце. Вказаними вимогами можуть бути, наприклад, інтегральний критерій гармонічності Кьобе і диференціальний критерій гармонічності Лапласа. Виходячи з цього, для пошуку $N_i(x, y)$, ПАК керується нижченаведеною формулою

$$\begin{cases} \sup_D |L_i(x, y, T) - L_i(x, y, t)| \rightarrow 0, \\ \inf_D |L_i(x, y, T) - L_i(x, y, t)| \rightarrow 0, \end{cases} \quad (1.13)$$

де $L_i(x, y, T)$ – многовид M^2 (поверхня) підсистеми W^* і многовид M^3 із урахуванням (1.11), $L_i(x, y, t)$ – многовид M^3 підсистеми W^{**} . Залежність (1.13) є узагальненою. Розглянемо наступні її варіації.

1. $\exists F' : L_i(x, y, t) \rightarrow L_i(x, y, T)$. Відбувається перехід (відображення) від підсистеми W^{**} до підсистеми W^* , тобто базисна функція „оснащується“ шуканими додатковими вимогами. У випадку $\exists a(h(t)) \pm 1 = \{M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\}$ для W^{**} і (1.9), F' є афінним перетворенням, тобто має місце паралельне перенесення на величину $\pm|1 - (a(m(t)) \pm 1)|$. Якщо $L_i(x, y, T) \subset L_i(x, y, t)$, то $F' \equiv \text{id}$ (тотожне відображення). Також для F' має місце еквівалентна задача мінімізації функціонала (метод Рітца).

2. $\exists F'' : L_i(x, y, T) \rightarrow L_i(x, y, t)$. Відбувається перехід (відображення) від підсистеми W^* до підсистеми W^{**} . Для даного випадку справедливо $F'' = f$, де f – залежність (1.11), в силу якої $\exists! T^\bullet : L_i(x, y, T^\bullet) \subset L_i(x, y, t)$, а отже шуканий базис буде гарантовано знайдено. $\exists! T^\bullet$ – існування хоча б єдиного моменту часу, $T^\bullet \in [a, T]$.

Для розширених конфігурацій (1.14), (1.15), ПАК використовує аналогічний процес аналізу; з поправкою на те, що мінімальна кількість рівнянь у відповідних підсистемах W^{***} і W^{****} дорівнює $(\min s + 1)^2$.

1.2.2 Розширена конфігурація

Наведемо відповідні системи для розширеної конфігурації:

$$N_i(x, y) = \begin{cases} a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}, \\ h(T) = m(T)f(x, y) \pm n(T)f(x, y), \\ f(x, y) = \sum_{k,l=0}^s \alpha_{kl} x^k y^l, \\ \min s = \left\{ \left[\frac{m}{3} \right], \dots, \left[\frac{m}{2} \right], \dots, \left[\frac{\left[\frac{m}{2} \right] + 1}{2} \right]^2 \right\}, \max s = m, [] - \text{ціла част.}, \\ x^i y^j \not\subset \varphi(x, y) \Rightarrow \frac{\partial^p}{\partial x^i \partial y^j} \equiv 0, \quad i + j = p, \quad p \leq s, \\ \gamma_i = \frac{1}{S} \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dx dy, \\ \Delta(a(h(T)) \pm 1) = 0, \\ M_i(x_0, y_0) = \frac{1}{S} \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dS, \\ M_i(x_0, y_0) = \frac{1}{L} \oint (a(h(T)) \pm 1) dl, (x_0, y_0) - \text{барицентр}, \end{cases} \quad (1.14)$$

$$M_i(x, y) = \begin{cases} \begin{cases} a(h(t)) \pm 1 = \delta_{ik} \cdot (a(m(t)) \pm 1), \\ a(h(t)) \pm 1 = \{M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\}, \\ a(h(t)) \pm 1 = \{\Gamma_i : M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\} \wedge \{PF^{(i,e)pid} \equiv 0\}, \end{cases} \\ h(t) = m(t)f(x, y) \pm n(t)f(x, y), \\ f(x, y) = \sum_{k,l=0}^s \alpha_{kl} x^k y^l, \\ \min s = \left\{ \left[\frac{m}{3} \right], \dots, \left[\frac{m}{2} \right], \dots, \left[\frac{\left[\frac{m}{2} \right] + 1}{2} \right]^2 \right\}, \max s = m, [] - \text{ціла част.}, \\ x^i y^j \not\subset \varphi(x, y) \Rightarrow \frac{\partial^p}{\partial x^i \partial y^j} \equiv 0, \quad i + j = p, \quad p \leq s, \\ \gamma_i = \frac{1}{S} \iint_D (a(h(t)) \pm 1) dx dy, \\ \Delta(a(h(t)) \pm 1) = 0, \\ M_i(x_0, y_0) = \frac{1}{S} \iint_D (a(h(t)) \pm 1) dS, \\ M_i(x_0, y_0) = \frac{1}{L} \oint (a(h(t)) \pm 1) dl, (x_0, y_0) - \text{барицентр}. \end{cases} \quad (1.15)$$

1.3 Модель CCE·4

Будемо розглядати стандартний квадрат 2×2 з чотирма вузлами у вершинах – рисунок 1.1.

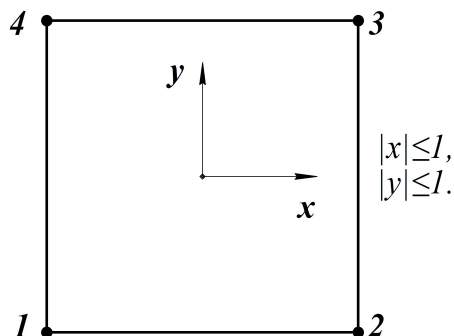


Рисунок 1.1 — Елемент з білінійним базисом

Для CCE·4 (1.2) має наступний вигляд:

$$N_i(x_k, y_k) = \delta_{ik}, \quad \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) = 1.$$

Для CCE·4 (1.1) має наступний зміст: на статичному килимі (поверхня нульового рівня) PF_k^{USP} ансамбль точок $PF_{r(i,j)}^{ens(i,e)}$ створює стандартний квадрат з чотирма вузлами у вершинах – рисунок 1.2.

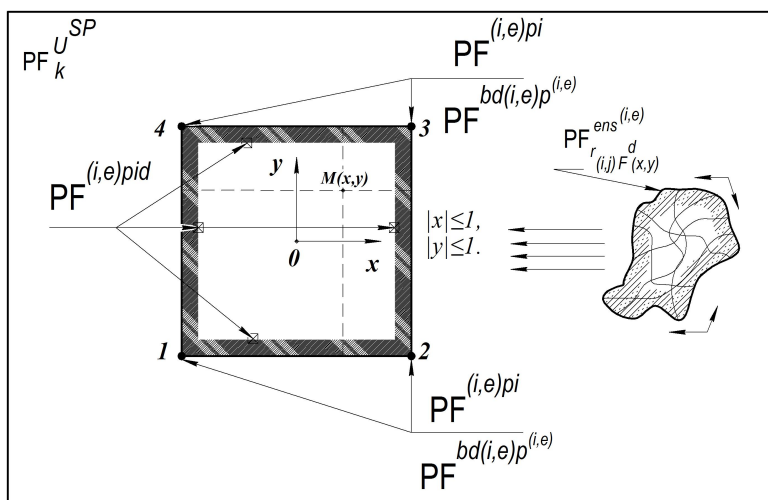


Рисунок 1.2 — Створення CCE·4

У якості обчислювального шаблону, у загальному вигляді, будемо розглядати рисунок 1.3. Вузли 1, 2, 3, 4 – уявні $PF^{(i,e)pi}$ або вироджені ізольовані точки $PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}$ (для кожної з чотирьох базисних функцій свій власний випадок розташування) між якими здійснюється перехід за часом [82, с. 31, с. 41]. Вдovж сторін 1 – 2, 2 – 3, 3 – 4, 4 – 1 і всередині квадрата (область D) розташовані мерехтливі точки $PF^{(i,e)pid}$.

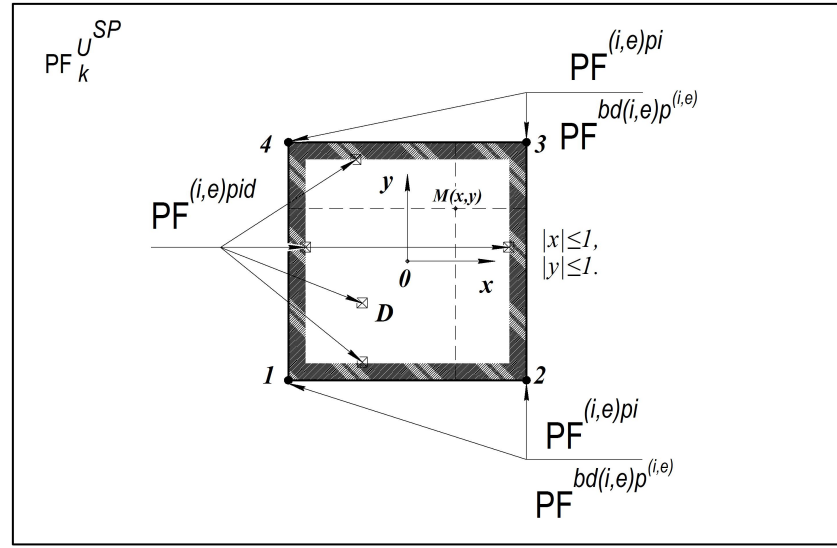


Рисунок 1.3 — Обчислювальний шаблон

Послідовність побудови (переходу за часом) базисних функцій складається з наступного ланцюгу: $N_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y) \rightarrow N_3(x, y) \rightarrow N_4(x, y)$.

1.3.1 Конструювання базисної функції у 1-ому вузлі

Модель $L_1(x, y, t)$ у 1-ому вузлі – рисунок 1.4:

$$L_1(x, y, t) = \begin{cases} N_1(x, y), & t = T, \quad (1.10), \quad (1.14), \\ M_1(x, y), & t \in [0, T], \quad (1.12), \quad (1.15). \end{cases}$$

• Згідно (1.9) отримуємо наступну можливість:

$$\exists a = \ln : \begin{cases} \ln(m(t)) = 0, \\ \ln(n(t)) = 1, \end{cases} \Rightarrow n(t) = e \cdot m(t). \quad (1.17)$$

Покладемо $m(t) = t \Rightarrow n(t) = e \cdot t$. З (1.17) встановлюємо, що $T = 1$. Друге рівняння (1.16) буде мати вигляд $h(T) = f(x, y) \pm e \cdot f(x, y)$. Виконаємо розклад лівої частини першого рівняння (1.16) згідно (1.8) – використаємо формулу Тейлора, маємо: $a(h(T)) \pm 1 = \ln(f(x, y) \pm e \cdot f(x, y)) \pm 1 = \ln((1 \pm e) \cdot (\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2)) \pm 1 = \ln((1 \pm e) \cdot \alpha_1) \pm 1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} x + \frac{\alpha_3}{\alpha_1} y + (\frac{2\alpha_1\alpha_4 - \alpha_2^2}{\alpha_1^2})x^2 + (\frac{\alpha_1\alpha_5 - \alpha_2\alpha_3}{\alpha_1^2})xy + (\frac{2\alpha_1\alpha_6 - \alpha_3^2}{\alpha_1^2})y^2$.

Система W^* моделі (1.16) складається із $m = 4$ -х рівнянь $a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}$ і $h = 2$ -х рівнянь $\{\frac{\partial^2}{\partial x^2} \equiv 0, \frac{\partial^2}{\partial y^2} \equiv 0\}$.

$$W^* = \begin{cases} \ln((1 \pm e) \cdot \alpha_1) \pm 1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{\alpha_3}{\alpha_1} + \frac{\alpha_1\alpha_5 - \alpha_2\alpha_3}{\alpha_1^2} = 1, \\ \ln((1 \pm e) \cdot \alpha_1) \pm 1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{\alpha_3}{\alpha_1} - \frac{\alpha_1\alpha_5 - \alpha_2\alpha_3}{\alpha_1^2} = 0, \\ \ln((1 \pm e) \cdot \alpha_1) \pm 1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} + \frac{\alpha_3}{\alpha_1} + \frac{\alpha_1\alpha_5 - \alpha_2\alpha_3}{\alpha_1^2} = 0, \\ \ln((1 \pm e) \cdot \alpha_1) \pm 1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} + \frac{\alpha_3}{\alpha_1} - \frac{\alpha_1\alpha_5 - \alpha_2\alpha_3}{\alpha_1^2} = 0, \\ \frac{2\alpha_1\alpha_4 - \alpha_2^2}{\alpha_1^2} = 0, \\ \frac{2\alpha_1\alpha_6 - \alpha_3^2}{\alpha_1^2} = 0, \\ \alpha_1 \neq 0. \end{cases} \quad (1.18)$$

Розв'язавши систему (1.18), маємо:

$$\begin{cases} \ln((1 \pm e) \cdot \alpha_1) \pm 1 = \frac{1}{4}, \\ \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = -\frac{1}{4}, \\ \frac{\alpha_3}{\alpha_1} = -\frac{1}{4}, \\ \frac{\alpha_1\alpha_5 - \alpha_2\alpha_3}{\alpha_1^2} = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

$\{\alpha_1 = \frac{e^{\frac{1}{4} \mp 1}}{1 \pm e}, \alpha_2 = \alpha_3 = -\frac{e^{\frac{1}{4} \mp 1}}{4 \cdot (1 \pm e)}, \alpha_4 = \alpha_6 = C, C \in R, \alpha_5 = \frac{5 \cdot e^{\frac{1}{4} \mp 1}}{16 \cdot (1 \pm e)}\}$ – відповідний набір коефіцієнтів. Отже, $N_1(x, y) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}y + \frac{1}{4}xy$. Вказаний базис задовольняє три останні рівняння конфігурації (1.16), $\gamma_1 = \frac{1}{4}$.

Плавний перехід від $N_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y, t)$ здійснюється за правилами «absolute transition» (абсолютного переходу) і «absolute reversionary returning back transition after a certain time» (абсолютного реверсивного переходу через певний час) [82, с. 31, с. 41]:

$$\begin{cases} PF^{(i,e)pi} \xrightarrow{\Omega(g(t))} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\ g(t) = (\ln(m(1+c))^\circ \ln(n(1+c, \infty))) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(1+c, \infty)]}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \xrightarrow{\Omega(g^r(t))} PF^{(i,e)pi}, \quad k=2, \\ g_1(t) = (\ln(m(1+c))^\circ \ln(n(T_2))) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(T_2)]}, \quad t \in [1+c, T_2], \\ g_2(t) = (\ln(m(T_2+d))^\circ \ln(n(T_2+d, \infty))) + (-1)^{[m(T_2+d)^\circ n(T_2+d, \infty)]}, \\ g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t). \end{cases}$$

$(1+c)$ – момент часу плавного переходу $N_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y, t)$; (T_2+d) – момент часу плавного переходу $N_2(x, y) \rightarrow L_3(x, y, t)$; T_2 – момент часу, при якому $N_2(x, y)$ має місце.

• Якщо (1.9) не виконується, маємо: нехай $\forall m(t) : \exists t = T_1$ так що виконується (1.4):

$$a(m(T_1)) \pm 1 = 1.$$

Нехай $\forall n(t) : \exists t = T_2 \neq T_1$ так що виконується (1.6):

$$a(n(T_2)) \pm 1 = 0.$$

1. $T_1 > T_2$. Для (1.10) і (1.14):

$$L_1(x_k, y_k, t) = \begin{cases} a(n(t)) \pm 1, & t \in [0, T_2), \\ 0, & t \in [T_2, T_1]. \end{cases}$$

Для (1.12) і (1.15), бієкція (1.11) має місце при $t \in (T_2, T_1)$.

2. $T_1 < T_2$. Для (1.10) і (1.14):

$$L_1(x_i, y_i, t) = \begin{cases} a(m(t)) \pm 1, & t \in [0, T_1), \\ 1, & t \in [T_1, T_2]. \end{cases}$$

Для (1.12) і (1.15), бієкція (1.11) має місце при $t \in (T_1, T_2)$.

1.3.2 Конструювання базисної функції у 2-ому вузлі

Модель $L_2(x, y, t)$ у 2-ому вузлі – рисунок 1.5:

$$L_2(x, y, t) = \begin{cases} N_2(x, y), & t = T_2, \quad (1.10), \quad (1.14), \\ M_2(x, y), & t \in (1 + c, T_2], \quad (1.12), \quad (1.15). \end{cases}$$

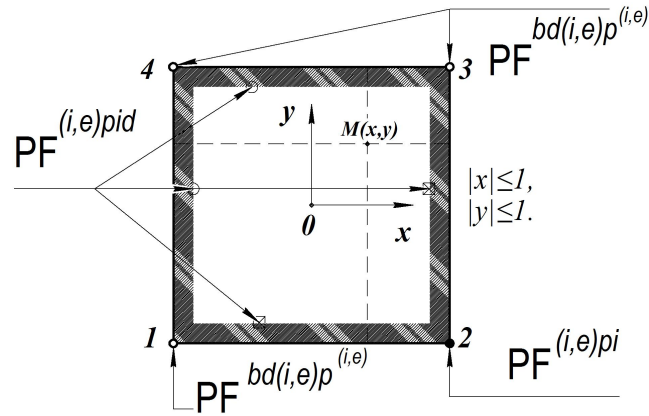


Рисунок 1.5 — Конфігурація на поверхні нульового рівня

Конфігурація (1.10) має наступний вигляд:

$$N_2(x, y) = \begin{cases} a(h(T_2)) \pm 1 = \delta_{ik}, \\ h(T_2) = m(T_2)f(x, y) \pm n(T_2)f(x, y), \\ f(x, y) = \sum_{r=0}^2 ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r, \\ \min s = [\frac{m}{2}] = [\frac{4}{2}] = 2, \\ \varphi(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 xy, \\ \{x^2, y^2\} \not\subset \varphi(x, y) \Rightarrow \{\frac{\partial^2}{\partial x^2} \equiv 0, \frac{\partial^2}{\partial y^2} \equiv 0\}, \\ \gamma_2 = \frac{1}{4} \iint_D (a(h(T_2)) \pm 1) dx dy, \\ \Delta(a(h(T_2)) \pm 1) = 0, \\ M_2(0, 0) = \frac{1}{4} \iint_D (a(h(T_2)) \pm 1) dS, \\ M_2(0, 0) = \frac{1}{8} \oint (a(h(T_2)) \pm 1) dl, (0, 0) - \text{барицентр}. \end{cases} \quad (1.19)$$

Конструювання $N_2(x, y)$ аналогічно до (1.17), (1.18) з урахуванням того, що $m(t) = (t - \frac{1}{2}) \Rightarrow n(t) = e \cdot (t - \frac{1}{2})$; $T_2 = \frac{3}{2}$ відповідно. $N_2(x, y) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}y - \frac{1}{4}xy$. Вказаний базис задовольняє три останні рівняння конфігурації (1.19), $\gamma_2 = \frac{1}{4}$.

Плавний перехід від $N_2(x, y) \rightarrow L_3(x, y, t)$ здійснюється за правилами «absolute transition» (абсолютного переходу) і «absolute reversionary returning back transition after a certain time» (абсолютного реверсивного переходу через певний час) [82, с. 31, с. 41]:

$$\begin{cases} PF^{(i,e)pi} \xrightarrow{\Omega(g(t))} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\ g(t) = (\ln(m(\frac{3}{2} + d)))^\circ \ln(n(\frac{3}{2} + d, \infty)) + (-1)^{[m(\frac{3}{2} + d)^\circ n(\frac{3}{2} + d, \infty)]}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \xrightarrow{\Omega(g^r(t))} PF^{(i,e)pi}, \quad k = 3, \\ g_1(t) = (\ln(m(\frac{3}{2} + d)))^\circ \ln(n(T_3)) + (-1)^{[m(\frac{3}{2} + d)^\circ n(T_3)]}, \quad t \in [\frac{3}{2} + d, T_3], \\ g_2(t) = (\ln(m(T_3 + q)))^\circ \ln(n(T_3 + q, \infty)) + (-1)^{[m(T_3 + q)^\circ n(T_3 + q, \infty)]}, \\ g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t). \end{cases}$$

$(\frac{3}{2} + d)$ – момент часу плавного переходу $N_2(x, y) \rightarrow L_3(x, y, t)$; $(T_3 + q)$ – момент часу плавного переходу $N_3(x, y) \rightarrow L_4(x, y, t)$; T_3 – момент часу, при якому $N_3(x, y)$ має місце.

1.3.3 Конфігурації базисних функцій у 3, 4-ому вузлах

Побудова $N_3(x, y)$ і $N_4(x, y)$ відбувається аналогічним шляхом.

$$L_3(x, y, t) = \begin{cases} N_3(x, y), & t = T_3, \quad (1.10), \quad (1.14), \\ M_3(x, y), & t \in (\frac{3}{2} + d, T_3], \quad (1.12), \quad (1.15). \end{cases}$$

$$L_4(x, y, t) = \begin{cases} N_4(x, y), & t = T_4, \quad (1.10), \quad (1.14), \\ M_4(x, y), & t \in (T_3 + q, T_4], \quad (1.12), \quad (1.15). \end{cases}$$

1.3.4 Ансамблювання поверхонь

Виходячи із всього вищезазначеного, отримуємо для (1.3):

$$G \equiv \Delta L(x, y, t) = \bigcup_{i=1}^4 L_i(x, y, t) \circ g_i(t) \circ g_i^r(t).$$

1.3.5 Конфігурація польової функції

Використовуючи обчислювальний шаблон – рисунок 1.3, отримуємо конфігурацію польової функції $U(x, y, t) = \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) \cdot U_i(t)$, $U(x, y, t)$ – нестационарна поверхня, $U_i(t)$ – вузлові значення польової функції.

$$\left\{ \begin{array}{l} U(-1, -1, t) = U_1(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_1(t)) \pm 1, \\ U(1, -1, t) = U_2(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_2(t)) \pm 1, \\ U(1, 1, t) = U_3(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_3(t)) \pm 1, \\ U(-1, 1, t) = U_4(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_4(t)) \pm 1, \\ U(x, y, t)_{1-2} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{1-2}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_1(x, y) \cdot (a(m_1(t)) \pm 1) + \\ + N_2(x, y) \cdot (a(m_2(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=1}^2 N_i(x, y) \cdot U_i(t), \\ U(x, y, t)_{2-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{2-3}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_2(x, y) \cdot (a(m_2(t)) \pm 1) + \\ + N_3(x, y) \cdot (a(m_3(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=2}^3 N_i(x, y) \cdot U_i(t), \\ U(x, y, t)_{3-4} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{3-4}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_3(x, y) \cdot (a(m_3(t)) \pm 1) + \\ + N_4(x, y) \cdot (a(m_4(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=3}^4 N_i(x, y) \cdot U_i(t), \\ U(x, y, t)_{4-1} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{4-1}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_1(x, y) \cdot (a(m_1(t)) \pm 1) + \\ + N_4(x, y) \cdot (a(m_4(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=\{1,4\}} N_i(x, y) \cdot U_i(t), \\ U(x, y, t)_D = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_D) \pm 1 = a(a^{-1}[\sum_{i=1}^4 N_i(x, y) \cdot U_i(t)]) = \\ = \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) \cdot U_i(t). \end{array} \right.$$

1.4 Модель CCE·8

Будемо розглядати стандартний квадрат 2×2 з вісьмома вузлами у вершинах – рисунок 1.6.

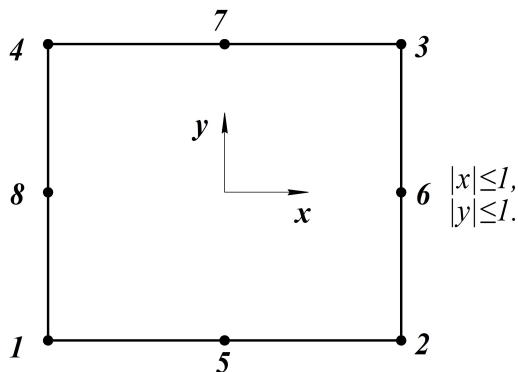


Рисунок 1.6 – CCE другого порядку

Для CCE·8 (1.2) має наступний вигляд:

$$N_i(x_k, y_k) = \delta_{ik}, \quad \sum_{i=1}^8 N_i(x, y) = 1.$$

Для CCE·8 (1.1) має наступний зміст: на статичному килимі (поверхня нульового рівня) PF_k^{USP} ансамбль точок $PF_{r(i,j)}^{ens(i,e)}$ створює стандартний квадрат з вісьмома вузлами у вершинах – рисунок 1.7.

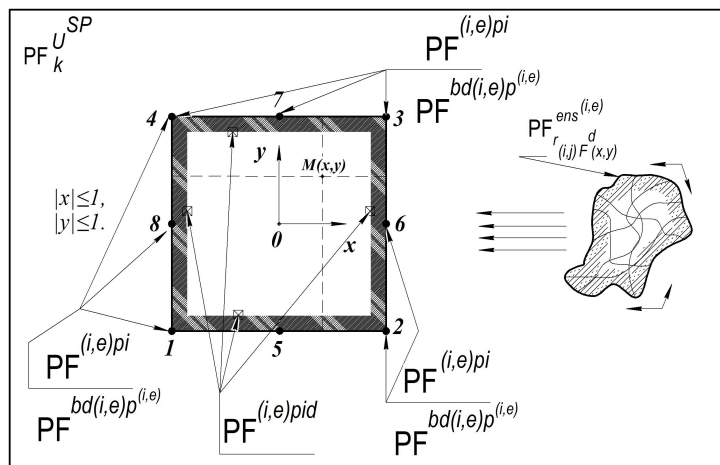


Рисунок 1.7 – Створення CCE·8

У якості обчислювального шаблону, у загальному вигляді, будемо розглядати рисунок 1.8. Вузли 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 – уявні $PF^{(i,e)pi}$ або вироджені ізольовані точки $PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}$ (для кожної з вісьмох базисних функцій свій власний випадок розташування) між якими здійснюється перехід за часом [82, с. 31, с. 41]. Вздовж сторін 1 – 2, 2 – 3, 3 – 4, 4 – 1 і всередині квадрата (область D) розташовані мерехтливі точки $PF^{(i,e)pid}$.

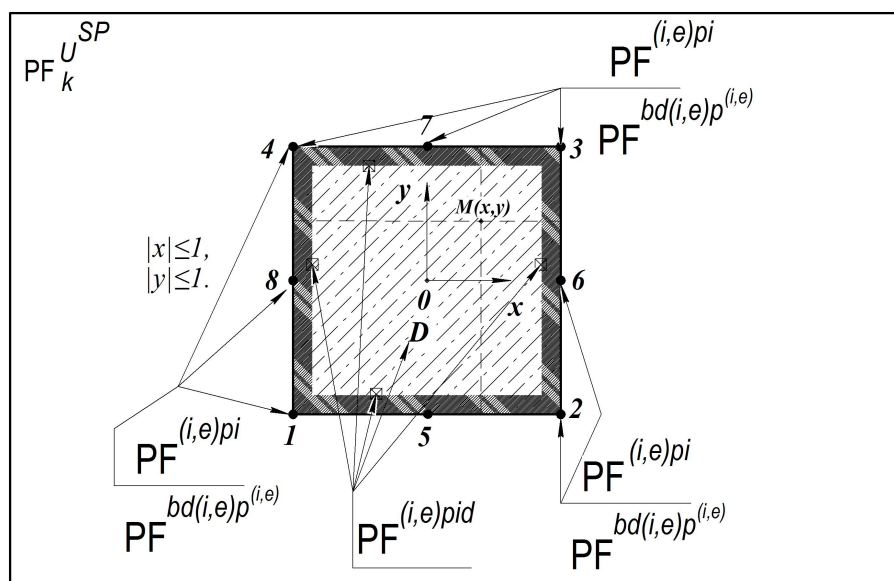


Рисунок 1.8 – Обчислювальний шаблон

Послідовність побудови (переходу за часом) базисних функцій складається з наступного ланцюгу: $N_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y) \rightarrow N_3(x, y) \rightarrow \dots \rightarrow N_8(x, y)$.

1.4.1 Конструювання базисної функції у 1-ому вузлі

Модель $L_1(x, y, t)$ у 1-ому вузлі – рисунок 1.9:

$$L_1(x, y, t) = \begin{cases} N_1(x, y), & t = T, \quad (1.10), \quad (1.14), \\ M_1(x, y), & t \in [0, T], \quad (1.12), \quad (1.15). \end{cases}$$

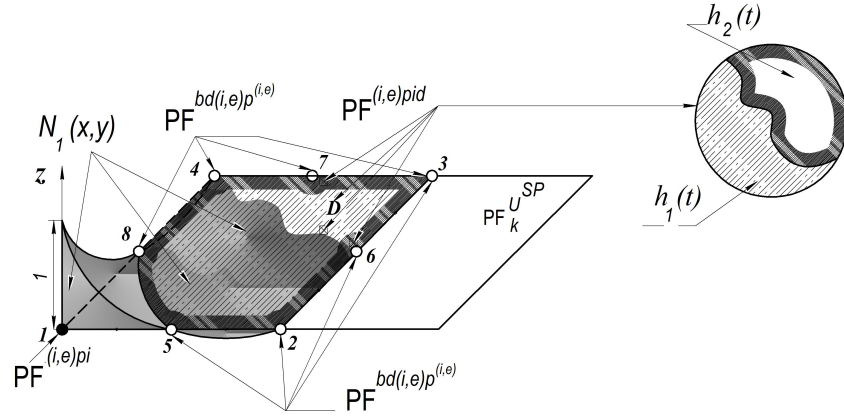


Рисунок 1.9 — Конфігурація базисної функції у 1-ому вузлі

Конфігурація (1.10) має наступний вигляд:

$$N_1(x, y) = \begin{cases} a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}, \\ h(T) = m(T)f(x, y) \pm n(T)f(x, y), \\ f(x, y) = \sum_{r=0}^4 ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r, \\ \min s = [\frac{m}{2}] = [\frac{8}{2}] = 4, \\ \varphi(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2 + \beta_7 x^2 y + \beta_8 xy^2 + \\ + \beta_9 x^2 y^2, \\ \{x^3, y^3, x^4, x^3 y, xy^3, y^4\} \not\subseteq \varphi(x, y) \Rightarrow \\ \Rightarrow \{ \frac{\partial^3}{\partial x^3} \equiv 0, \frac{\partial^3}{\partial y^3} \equiv 0, \frac{\partial^4}{\partial x^4} \equiv 0, \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} \equiv 0, \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} \equiv 0, \frac{\partial^4}{\partial y^4} \equiv 0 \}, \\ \gamma_1 = \frac{1}{4} \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dx dy, \\ M_1(0, 0) = \frac{1}{4} \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dS, \\ M_1(0, 0) = \frac{1}{8} \oint (a(h(T)) \pm 1) dl, (0, 0) - \text{барицентр}, \end{cases} \quad (1.20)$$

де $f(x, y) = \sum_{r=0}^4 ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^4 + \alpha_{12} x^3 y + \alpha_{13} x^2 y^2 + \alpha_{14} xy^3 + \alpha_{15} y^4$.

Система W^* моделі (1.20) складається із $m = 8$ -х рівнянь $a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}$, $h = 6$ -х рівнянь $\{ \frac{\partial^3}{\partial x^3} \equiv 0, \frac{\partial^3}{\partial y^3} \equiv 0, \frac{\partial^4}{\partial x^4} \equiv 0, \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} \equiv 0, \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} \equiv 0, \frac{\partial^4}{\partial y^4} \equiv 0 \}$,

на місце 15-го рівняння поставимо, наприклад, $\gamma_1 = \frac{1}{36}$ (спектр отриманий емпіричним шляхом). $N_1(x, y) = \frac{1}{4}(1-x)(1-y)xy$ – шуканий базис зазначеної моделі W^* . Вказаний базис не задовольняє два останні рівняння (1.20), тому, якщо користувач вимагає додаткові вимоги (шукані інтегральні критерії), то ПАК продовжує аналіз моделей (1.12) й (1.15). Для системи W^{**} : $C_{14}^9 = 2002$.

Плавний перехід від $N_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y, t)$ здійснюється за правилами «absolute transition» (абсолютного переходу) і «absolute reversionary returning back transition after a certain time» (абсолютного реверсивного переходу через певний час) [82, с. 31, с. 41]:

$$\begin{cases} PF^{(i,e)pi} \xrightarrow{\Omega(g(t))} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\ g(t) = (\ln(m(1+c))^\circ \ln(n(1+c, \infty))) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(1+c, \infty)]}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \xrightarrow{\Omega(g^r(t))} PF^{(i,e)pi}, \quad k=2, \\ g_1(t) = (\ln(m(1+c))^\circ \ln(n(T_2))) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(T_2)]}, \quad t \in [1+c, T_2], \\ g_2(t) = (\ln(m(T_2+d))^\circ \ln(n(T_2+d, \infty))) + (-1)^{[m(T_2+d)^\circ n(T_2+d, \infty)]}, \\ g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t). \end{cases}$$

$(1+c)$ – момент часу плавного переходу $N_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y, t)$; (T_2+d) – момент часу плавного переходу $N_2(x, y) \rightarrow L_3(x, y, t)$; T_2 – момент часу, при якому $N_2(x, y)$ має місце.

1.4.2 Конфігурації базисних функцій у (2 – 8)-ому вузлах

Побудова $N_i(x, y)$, $i = \overline{2, 8}$, відбувається аналогічним шляхом.

1.4.3 Ансамблювання поверхонь

Для (1.3) отримуємо:

$$G \equiv \Delta L(x, y, t) = \bigcup_{i=1}^8 L_i(x, y, t)^\circ g_i(t)^\circ g_i^r(t).$$

1.4.4 Конфігурація польової функції

Конфігурація польової функції $U(x, y, t) = \sum_{i=1}^8 N_i(x, y) \cdot U_i(t)$, де $U_i(t)$ – вузлові значення польової функції:

$$\left\{ \begin{array}{l} U(-1, -1, t) = U_1(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_1(t)) \pm 1, \\ U(1, -1, t) = U_2(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_2(t)) \pm 1, \\ U(1, 1, t) = U_3(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_3(t)) \pm 1, \\ U(-1, 1, t) = U_4(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_4(t)) \pm 1, \\ U(0, -1, t) = U_5(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_5(t)) \pm 1, \\ U(1, 0, t) = U_6(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_6(t)) \pm 1, \\ U(0, 1, t) = U_7(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_7(t)) \pm 1, \\ U(-1, 0, t) = U_8(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_8(t)) \pm 1, \\ U(x, y, t)_{1-2} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{1-2}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_1(x, y) \cdot (a(m_1(t)) \pm 1) + \\ + N_2(x, y) \cdot (a(m_2(t)) \pm 1) + N_5(x, y) \cdot (a(m_5(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=\{1,2,5\}} N_i(x, y) \times \\ \times U_i(t), \\ U(x, y, t)_{2-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{2-3}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_2(x, y) \cdot (a(m_2(t)) \pm 1) + \\ + N_3(x, y) \cdot (a(m_3(t)) \pm 1) + N_6(x, y) \cdot (a(m_6(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=\{2,3,6\}} N_i(x, y) \times \\ \times U_i(t), \\ U(x, y, t)_{3-4} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{3-4}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_3(x, y) \cdot (a(m_3(t)) \pm 1) + \\ + N_4(x, y) \cdot (a(m_4(t)) \pm 1) + N_7(x, y) \cdot (a(m_7(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=\{3,4,7\}} N_i(x, y) \times \\ \times U_i(t), \\ U(x, y, t)_{4-1} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{4-1}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_1(x, y) \cdot (a(m_1(t)) \pm 1) + \\ + N_4(x, y) \cdot (a(m_4(t)) \pm 1) + N_8(x, y) \cdot (a(m_8(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=\{1,4,8\}} N_i(x, y) \times \\ \times U_i(t), \\ U(x, y, t)_D = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_D) \pm 1 = a(a^{-1}[\sum_{i=1}^8 N_i(x, y) \cdot U_i(t)]) = \\ = \sum_{i=1}^8 N_i(x, y) \cdot U_i(t). \end{array} \right.$$

1.5 Модель CCE·12

Будемо розглядати стандартний квадрат 2×2 з дванадцятьма вузлами у вершинах – рисунок 1.10.

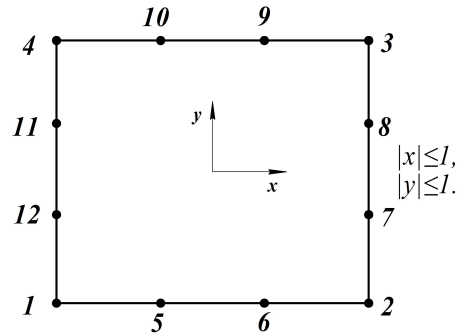


Рисунок 1.10 — CCE третього порядку

Для CCE·12 (1.2) має наступний вигляд:

$$N_i(x_k, y_k) = \delta_{ik}, \quad \sum_{i=1}^{12} N_i(x, y) = 1.$$

Для CCE·12 (1.1) має наступний зміст: на статичному килимі (поверхня нульового рівня) PF_k^{USP} ансамбль точок $PF_{r(i,j)}^{ens(i,e)}$ створює стандартний квадрат з дванадцятьма вузлами у вершинах – рисунок 1.11.

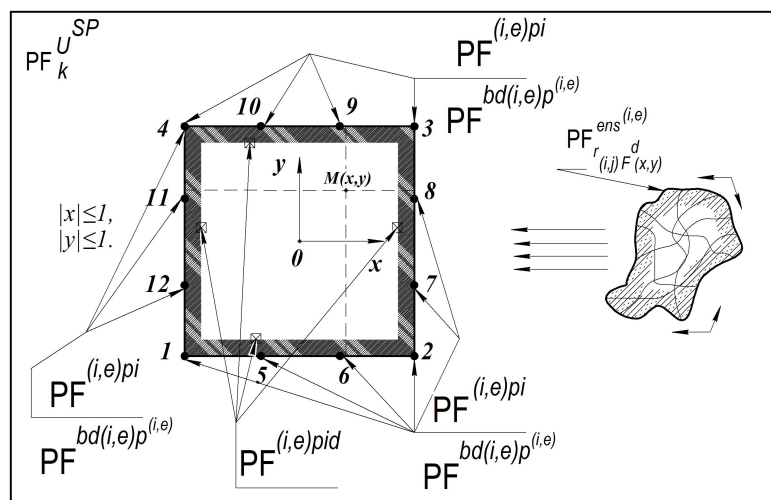


Рисунок 1.11 — Створення CCE·12

У якості обчислювального шаблону, у загальному вигляді, будемо розглядати рисунок 1.12. Вузли 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 – уявні $PF^{(i,e)pi}$ або вироджені ізольовані точки $PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}$ (для кожної з дванадцяти базисних функцій свій власний випадок розташування) між якими здійснюється перехід за часом [82, с. 31, с. 41]. Вздовж сторін 1 – 2, 2 – 3, 3 – 4, 4 – 1 і всередині квадрата (область D) розташовані мерехтливі точки $PF^{(i,e)pid}$.

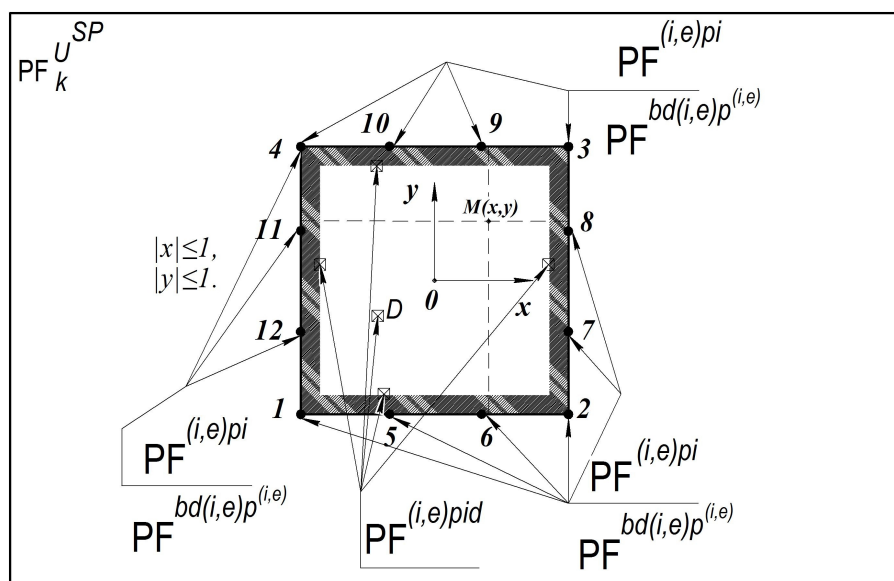


Рисунок 1.12 — Обчислювальний шаблон

Послідовність побудови (переходу за часом) базисних функцій складається з наступного ланцюгу: $N_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y) \rightarrow N_3(x, y) \rightarrow \dots \rightarrow N_{12}(x, y)$.

1.5.1 Конструювання базисної функції у 1-ому вузлі

Модель $L_1(x, y, t)$ у 1-ому вузлі – рисунок 1.13:

$$L_1(x, y, t) = \begin{cases} N_1(x, y), & t = T, \quad (1.10), \quad (1.14), \\ M_1(x, y), & t \in [0, T], \quad (1.12), \quad (1.15). \end{cases}$$

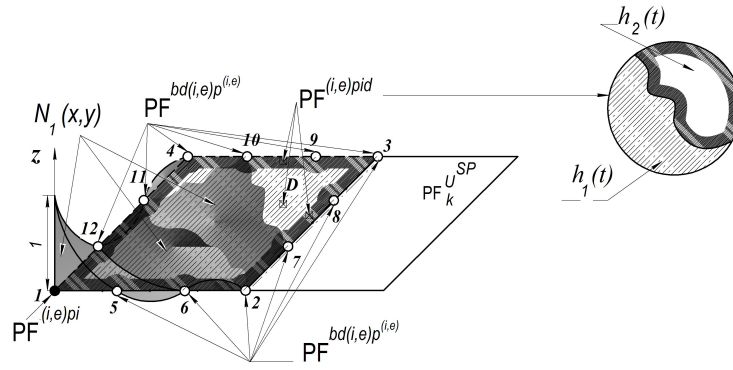


Рисунок 1.13 — Конфігурація базисної функції у 1-ому вузлі

Конфігурація (1.10) має наступний вигляд:

$$N_1(x, y) = \left\{ \begin{array}{l} a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}, \\ h(T) = m(T)f(x, y) \pm n(T)f(x, y), \\ f(x, y) = \sum_{r=0}^6 ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r, \\ \min s = [\frac{m}{2}] = [\frac{12}{2}] = 6, \\ \varphi(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2 + \beta_7 x^3 + \beta_8 x^2 y + \\ + \beta_9 xy^2 + \beta_{10} y^3 + \beta_{11} x^3 y + \beta_{12} x^2 y^2 + \beta_{13} xy^3 + \beta_{14} x^3 y^2 + \\ + \beta_{15} x^2 y^3 + \beta_{16} x^3 y^3, \\ \{x^4, y^4, x^5, x^4 y, xy^4, y^5, x^6, x^5 y, x^4 y^2, x^2 y^4, xy^5, y^6\} \not\subset \varphi(x, y) \Rightarrow \\ \Rightarrow \{ \frac{\partial^4}{\partial x^4} \equiv 0, \frac{\partial^4}{\partial y^4} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial x^5} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial x^4 \partial y} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial x \partial y^4} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial y^5} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x^6} \equiv 0, \\ \frac{\partial^6}{\partial x^5 \partial y} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x^3 \partial y^3} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x \partial y^5} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial y^6} \equiv 0 \}, \\ \gamma_1 = \frac{1}{4} \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dx dy, \\ M_1(0, 0) = \frac{1}{4} \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dS, \\ M_1(0, 0) = \frac{1}{8} \oint (a(h(T)) \pm 1) dl, (0, 0) - \text{барицентр}, \end{array} \right. \quad (1.21)$$

де $f(x, y) = \sum_{r=0}^6 ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^4 + \alpha_{12} x^3 y + \alpha_{13} x^2 y^2 + \alpha_{14} xy^3 + \alpha_{15} y^4 + \alpha_{16} x^5 + \alpha_{17} x^4 y + \alpha_{18} x^3 y^2 + \alpha_{19} x^2 y^3 + \alpha_{20} xy^4 + \alpha_{21} y^5 + \alpha_{22} x^6 + \alpha_{23} x^5 y + \alpha_{24} x^4 y^2 + \alpha_{25} x^3 y^3 + \alpha_{26} x^2 y^4 + \alpha_{27} xy^5 + \alpha_{28} y^6$.

Система W^* моделі (1.21) складається з $m = 12$ -х рівнянь $a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}$, $h = 12$ -х рівнянь $\{\frac{\partial^4}{\partial x^4} \equiv 0, \frac{\partial^4}{\partial y^4} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial x^5} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial x^4 \partial y} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial x \partial y^4} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial y^5} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x^6} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x^5 \partial y} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x \partial y^5} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial y^6} \equiv 0\}$, на місце 25-го рівняння поставимо $\gamma_1 = \frac{1}{40}$, на місце 26 і 27 рівнянь – два останні рівняння (1.21), для 28-го рівняння використаємо (1.11).

Базис $N_1(x, y) = \frac{1}{160}(1-x)(1-y)(45(x^2+y^2) + 54(xy+x+y) + 4)$ – один із розв’язків моделі W^* . Вказаний базис задовольняє критерій Привалова, але не задовольняє останнє рівняння (1.21). Якщо користувач вимагає виконання критерію Кьобе, то ПАК продовжує аналіз моделей (1.12) й (1.15), для того щоб знайти шукані базиси, або показати, що їх не існує. Конфігурація (1.12):

$$M_1(x, y) = \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} a(h(t)) \pm 1 = \delta_{ik} \cdot (a(m(t)) \pm 1), \\ a(h(t)) \pm 1 = \{M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\}, \\ a(h(t)) \pm 1 = \{\Gamma_i : M_i(x_i, y_i), M_i(x_k, y_k)\} \wedge \{PF^{(i,e)pid} \equiv 0\}, \end{array} \right. \\ h(t) = m(t)f(x, y) \pm n(t)f(x, y), \\ f(x, y) = \sum_{r=0}^6 ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r, \\ \min s = [\frac{m}{2}] = [\frac{12}{2}] = 6, \\ \varphi(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2 + \beta_7 x^3 + \beta_8 x^2 y + \\ + \beta_9 xy^2 + \beta_{10} y^3 + \beta_{11} x^3 y + \beta_{12} x^2 y^2 + \beta_{13} xy^3 + \beta_{14} x^3 y^2 + \\ + \beta_{15} x^2 y^3 + \beta_{16} x^3 y^3, \\ \{x^4, y^4, x^5, x^4 y, xy^4, y^5, x^6, x^5 y, x^4 y^2, x^2 y^4, xy^5, y^6\} \not\subseteq \varphi(x, y) \Rightarrow \\ \Rightarrow \{\frac{\partial^4}{\partial x^4} \equiv 0, \frac{\partial^4}{\partial y^4} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial x^5} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial x^4 \partial y} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial x \partial y^4} \equiv 0, \frac{\partial^5}{\partial y^5} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x^6} \equiv 0, \\ \frac{\partial^6}{\partial x^5 \partial y} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial x \partial y^5} \equiv 0, \frac{\partial^6}{\partial y^6} \equiv 0\}, \\ \gamma_1 = \frac{1}{4} \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dx dy, \\ M_1(0, 0) = \frac{1}{4} \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dS, \\ M_1(0, 0) = \frac{1}{8} \oint (a(h(T)) \pm 1) dl, (0, 0) - \text{барицентр}, \end{array} \right. \quad (1.22)$$

Для системи W^{**} моделі (1.22): $C_{18}^{16} = 153$. **Зауваження.** $h = 12$ – базовий набір для (12 – 16)-параметричних поліномів; тобто, для 16-параметричної

моделі $h = 12$, 15-параметричної $h = 13$ і т. д.

Плавний перехід від $N_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y, t)$ здійснюється за правилами «absolute transition» (абсолютного переходу) і «absolute reversionary returning back transition after a certain time» (абсолютного реверсивного переходу через певний час) [82, с. 31, с. 41]:

$$\begin{cases} PF^{(i,e)pi} \xrightarrow{\Omega(g(t))} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\ g(t) = (\ln(m(1+c)))^\circ \ln(n(1+c, \infty)) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(1+c, \infty)]}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \xrightarrow{\Omega(g^r(t))} PF^{(i,e)pi}, \quad k = 2, \\ g_1(t) = (\ln(m(1+c)))^\circ \ln(n(T_2)) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(T_2)]}, \quad t \in [1+c, T_2], \\ g_2(t) = (\ln(m(T_2+d)))^\circ \ln(n(T_2+d, \infty)) + (-1)^{[m(T_2+d)^\circ n(T_2+d, \infty)]}, \\ g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t). \end{cases}$$

$(1+c)$ – момент часу плавного переходу $N_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y, t)$; (T_2+d) – момент часу плавного переходу $N_2(x, y) \rightarrow L_3(x, y, t)$; T_2 – момент часу, при якому $N_2(x, y)$ має місце.

1.5.2 Конфігурації базисних функцій у (2 – 12)-ому вузлах

Побудова $N_i(x, y)$, $i = \overline{2, 12}$, відбувається аналогічним шляхом.

1.5.3 Ансамблювання поверхонь

Для (1.3) отримуємо:

$$G \equiv \Delta L(x, y, t) = \bigcup_{i=1}^{12} L_i(x, y, t)^\circ g_i(t)^\circ g_i^r(t).$$

1.5.4 Конфігурація польової функції

Конфігурація польової функції $U(x, y, t) = \sum_{i=1}^{12} N_i(x, y) \cdot U_i(t)$:

$$\left\{ \begin{array}{l}
U(-1, -1, t) = U_1(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_1(t)) \pm 1, \\
U(1, -1, t) = U_2(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_2(t)) \pm 1, \\
U(1, 1, t) = U_3(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_3(t)) \pm 1, \\
U(-1, 1, t) = U_4(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_4(t)) \pm 1, \\
U(-\frac{2}{3}, -1, t) = U_5(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_5(t)) \pm 1, \\
U(\frac{2}{3}, -1, t) = U_6(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_6(t)) \pm 1, \\
U(1, -\frac{2}{3}, t) = U_7(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_7(t)) \pm 1, \\
U(1, \frac{2}{3}, t) = U_8(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_8(t)) \pm 1, \\
U(\frac{2}{3}, 1, t) = U_9(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_9(t)) \pm 1, \\
U(-\frac{2}{3}, 1, t) = U_{10}(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_{10}(t)) \pm 1, \\
U(-1, \frac{2}{3}, t) = U_{11}(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_{11}(t)) \pm 1, \\
U(-1, -\frac{2}{3}, t) = U_{12}(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_{12}(t)) \pm 1, \\
U(x, y, t)_{1-2} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{1-2}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_1(x, y) \cdot (a(m_1(t)) \pm 1) + \\
+ N_2(x, y) \cdot (a(m_2(t)) \pm 1) + N_5(x, y) \cdot (a(m_5(t)) \pm 1) + N_6(x, y) \cdot (a(m_6(t)) \pm \\
\pm 1)]) = \sum_{i=\{1,2,5,6\}} N_i(x, y) \cdot U_i(t), \\
U(x, y, t)_{2-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{2-3}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_2(x, y) \cdot (a(m_2(t)) \pm 1) + \\
+ N_3(x, y) \cdot (a(m_3(t)) \pm 1) + N_7(x, y) \cdot (a(m_7(t)) \pm 1) + N_8(x, y) \cdot (a(m_8(t)) \pm \\
\pm 1)]) = \sum_{i=\{2,3,7,8\}} N_i(x, y) \cdot U_i(t), \\
U(x, y, t)_{3-4} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{3-4}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_3(x, y) \cdot (a(m_3(t)) \pm 1) + \\
+ N_4(x, y) \cdot (a(m_4(t)) \pm 1) + N_9(x, y) \cdot (a(m_9(t)) \pm 1) + N_{10}(x, y) \times \\
\times (a(m_{10}(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=\{3,4,9,10\}} N_i(x, y) \cdot U_i(t), \\
U(x, y, t)_{4-1} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{4-1}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_1(x, y) \cdot (a(m_1(t)) \pm 1) + \\
+ N_4(x, y) \cdot (a(m_4(t)) \pm 1) + N_{11}(x, y) \cdot (a(m_{11}(t)) \pm 1) + N_{12}(x, y) \times \\
\times (a(m_{12}(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=\{1,4,11,12\}} N_i(x, y) \cdot U_i(t), \\
U(x, y, t)_D = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_D) \pm 1 = a(a^{-1}[\sum_{i=1}^{12} N_i(x, y) \cdot U_i(t)]) = \\
= \sum_{i=1}^{12} N_i(x, y) \cdot U_i(t).
\end{array} \right.$$

1.6 Модель трикутника 1-ого порядку (CCE·3)

Будемо розглядати двовимірний симплекс з трьома вузлами у вершинах – рисунок 1.14.

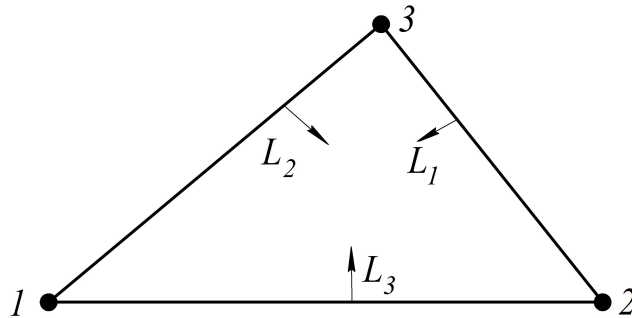


Рисунок 1.14 — Трикутник 1-ого порядку

Для CCE·3 (1.2) має наступний вигляд:

$$N_i(x_k, y_k) = \delta_{ik}, \quad \sum_{i=1}^3 N_i(x, y) = 1.$$

Для CCE·3 (1.1) має наступний зміст: на статичному килимі (поверхня нульового рівня) PF_k^{USP} ансамбль точок $PF_{r(i,j)}^{ens(i,e)}$ створює трикутник з трьома вузлами у вершинах – рисунок 1.15.

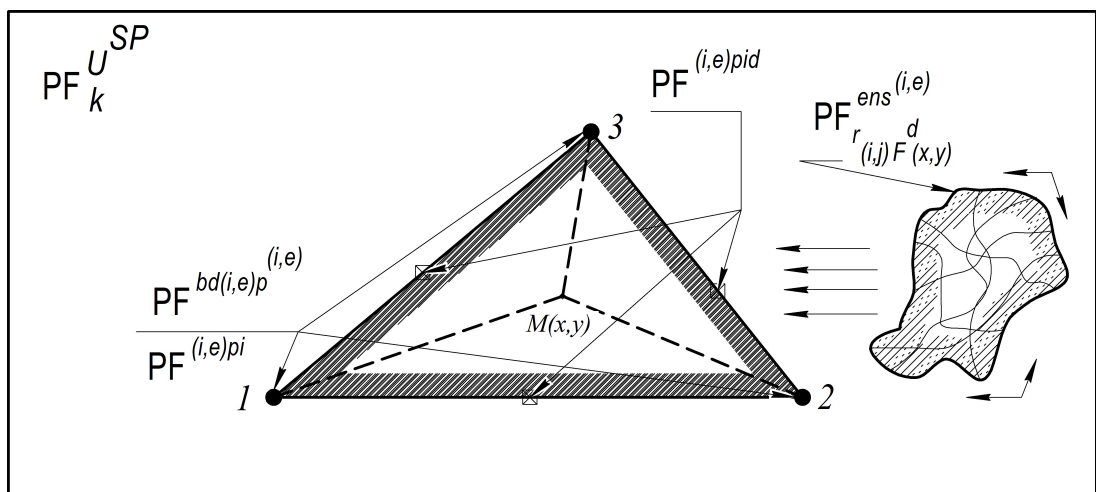


Рисунок 1.15 — Створення CCE·3

У якості обчислювального шаблону, у загальному вигляді, будемо розглядати рисунок 1.16. Вузли 1, 2, 3 – уявні $PF^{(i,e)pi}$ або вироджені ізольовані точки $PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}$ (для кожної з трьох базисних функцій свій власний випадок розташування) між якими здійснюється перехід за часом [82, с. 31, с. 41]. Вдovж сторін 1 – 2, 2 – 3, 3 – 1 і всередині трикутника (область D) розташовані мерехтливі точки $PF^{(i,e)pid}$.

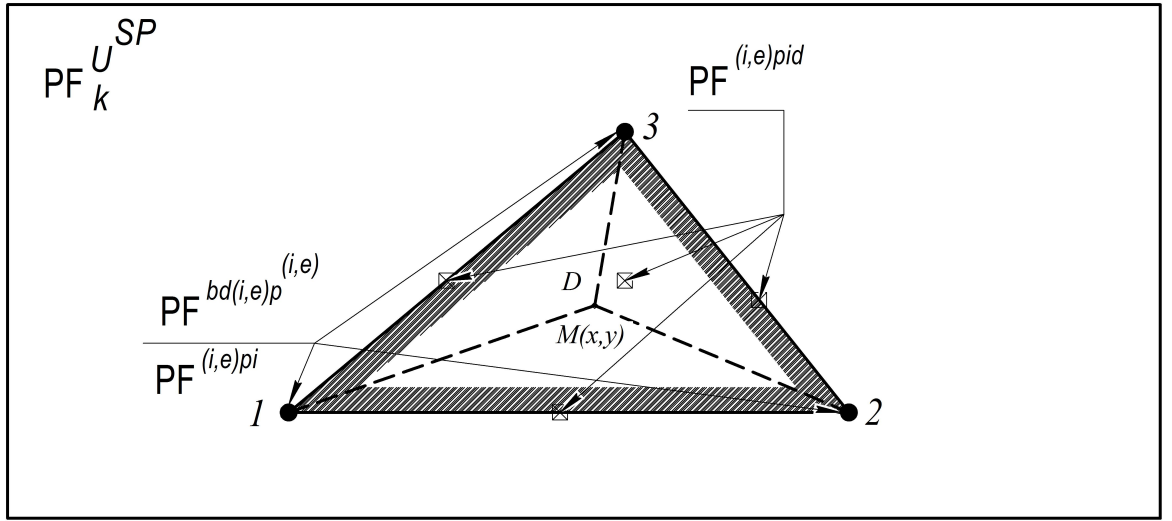


Рисунок 1.16 — Обчислювальний шаблон

Послідовність побудови (переходу за часом) базисних функцій складається з наступного ланцюгу: $N_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y) \rightarrow N_3(x, y)$.

1.6.1 Конструювання базисної функції у 1-ому вузлі

Модель $L_1(x, y, t)$ у 1-ому вузлі:

$$L_1(x, y, t) = \begin{cases} N_1(x, y), & t = T, \text{ (1.10), (1.14),} \\ M_1(x, y), & t \in [0, T], \text{ (1.12), (1.15).} \end{cases}$$

Конфігурація (1.10) має наступний вигляд:

$$N_1(x, y) = \begin{cases} a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}, \\ h(T) = m(T)f(x, y) \pm n(T)f(x, y), \\ f(x, y) = \sum_{r=0}^1 ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r, \\ \min s = [\frac{m}{3}] = [\frac{3}{3}] = 1, \\ \varphi(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y, \\ \gamma_1 = \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dx dy, \\ \Delta(a(h(T)) \pm 1) = 0, \\ M_1(0, \frac{1}{3}) = \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dS, \\ M_1(0, \frac{1}{3}) = \frac{1}{2(\sqrt{2}+1)} \oint (a(h(T)) \pm 1) dl, (0, \frac{1}{3}) - \text{барицентр}, \end{cases} \quad (1.23)$$

де $f(x, y) = \sum_{r=0}^1 ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y$.

Система W^* моделі (1.23) складається з $m = 3$ -х рівнянь $a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}$, $h = 0$. $N_1(x, y) = \frac{1}{2}(1 - x - y)$ – шуканий базис зазначеної моделі W^* . Вказаний базис задовольняє три останні рівняння конфігурації (1.23), $\gamma_1 = \frac{1}{3}$.

Плавний перехід від $N_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y, t)$ здійснюється за правилами «absolute transition» (абсолютного переходу) і «absolute reversionary returning back transition after a certain time» (абсолютного реверсивного переходу через певний час) [82, с. 31, с. 41]:

$$\begin{cases} PF^{(i,e)pi} \xrightarrow{\Omega(g(t))} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\ g(t) = (\ln(m(1+c)))^\circ \ln(n(1+c, \infty)) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(1+c, \infty)]}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \xrightarrow{\Omega(g^r(t))} PF^{(i,e)pi}, \quad k = 2, \\ g_1(t) = (\ln(m(1+c)))^\circ \ln(n(T_2)) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(T_2)]}, \quad t \in [1+c, T_2], \\ g_2(t) = (\ln(m(T_2+d)))^\circ \ln(n(T_2+d, \infty)) + (-1)^{[m(T_2+d)^\circ n(T_2+d, \infty)]}, \\ g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t). \end{cases}$$

$(1 + c)$ – момент часу плавного переходу $N_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y, t)$; $(T_2 + d)$ – момент часу плавного переходу $N_2(x, y) \rightarrow L_3(x, y, t)$; T_2 – момент часу, при якому $N_2(x, y)$ має місце.

• Якщо (1.9) не виконується, маємо: нехай $\forall m(t) : \exists t = T_1$ так що виконується (1.4):

$$a(m(T_1)) \pm 1 = 1.$$

Нехай $\forall n(t) : \exists t = T_2 \neq T_1$ так що виконується (1.6):

$$a(n(T_2)) \pm 1 = 0.$$

1. $T_1 > T_2$. Для (1.10) і (1.14):

$$L_1(x_k, y_k, t) = \begin{cases} a(n(t)) \pm 1, & t \in [0, T_2), \\ 0, & t \in [T_2, T_1]. \end{cases}$$

Для (1.12) і (1.15), бієкція (1.11) має місце при $t \in (T_2, T_1)$.

2. $T_1 < T_2$. Для (1.10) і (1.14):

$$L_1(x_i, y_i, t) = \begin{cases} a(m(t)) \pm 1, & t \in [0, T_1), \\ 1, & t \in [T_1, T_2]. \end{cases}$$

Для (1.12) і (1.15), бієкція (1.11) має місце при $t \in (T_1, T_2)$.

1.6.2 Конфігурації базисних функцій у 2, 3-ому вузлах

Побудова $N_2(x, y)$ і $N_3(x, y)$ відбувається аналогічним шляхом.

$$L_2(x, y, t) = \begin{cases} N_2(x, y), & t = T_2, \text{ (1.10), (1.14),} \\ M_2(x, y), & t \in (1 + c, T_2], \text{ (1.12), (1.15).} \end{cases}$$

$$L_3(x, y, t) = \begin{cases} N_3(x, y), & t = T_3, \text{ (1.10), (1.14),} \\ M_3(x, y), & t \in (T_2 + d, T_3], \text{ (1.12), (1.15).} \end{cases}$$

1.6.3 Ансамблювання поверхонь

Виходячи із всього вищезазначеного, отримуємо для (1.3), що G – глобальна функція часу змін аплікаторів поверхонь $L_i(x, y, t)$ з урахуванням плавних переходів, $i = \overline{1, 3}$:

$$G \equiv \Delta L(x, y, t) = \bigcup_{i=1}^3 L_i(x, y, t) \circ g_i(t) \circ g_i^r(t).$$

1.6.4 Конфігурація польової функції

Використовуючи обчислювальний шаблон – рисунок 1.16, отримуємо конфігурацію польової функції $U(x, y, t) = \sum_{i=1}^3 N_i(x, y) \cdot U_i(t)$, $U(x, y, t)$ – нестационарна поверхня, $U_i(t)$ – вузлові значення польової функції.

$$\left\{ \begin{array}{l} U(x_1, y_1, t) = U_1(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_1(t)) \pm 1, \\ U(x_2, y_2, t) = U_2(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_2(t)) \pm 1, \\ U(x_3, y_3, t) = U_3(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_3(t)) \pm 1, \\ U(x, y, t)_{1-2} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{1-2}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_1(x, y) \cdot (a(m_1(t)) \pm 1) + \\ + N_2(x, y) \cdot (a(m_2(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=1}^2 N_i(x, y) \cdot U_i(t), \\ U(x, y, t)_{2-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{2-3}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_2(x, y) \cdot (a(m_2(t)) \pm 1) + \\ + N_3(x, y) \cdot (a(m_3(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=2}^3 N_i(x, y) \cdot U_i(t), \\ U(x, y, t)_{3-1} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{3-1}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_1(x, y) \cdot (a(m_1(t)) \pm 1) + \\ + N_3(x, y) \cdot (a(m_3(t)) \pm 1)]) = \sum_{\{1,3\}} N_i(x, y) \cdot U_i(t), \\ U(x, y, t)_D = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_D) \pm 1 = a(a^{-1}[\sum_{i=1}^3 N_i(x, y) \cdot U_i(t)]) = \\ = \sum_{i=1}^3 N_i(x, y) \cdot U_i(t). \end{array} \right.$$

Зауваження. Безумовно, нестационарна поверхня $U(x, y, t)$ польової функції може бути зведена до стаціонарної поверхні $U(x, y) = U(x, y, T)$.

1.7 Модель трикутника 2-ого порядку (CCE-6)

Будемо розглядати двовимірний симплекс з шістьма вузлами у вершинах – рисунок 1.17.

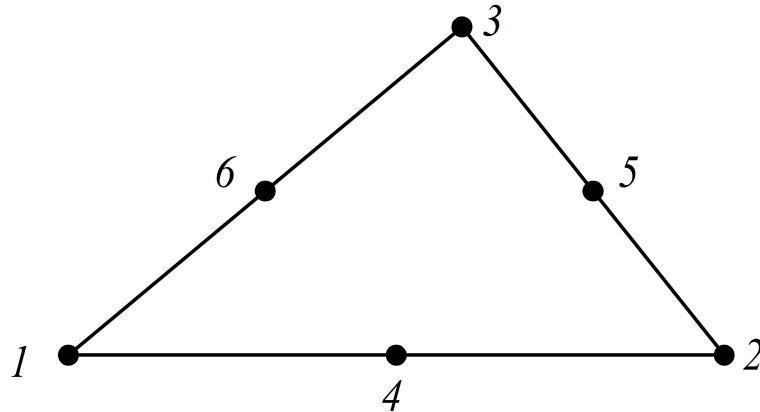


Рисунок 1.17 — Трикутник 2-ого порядку

Для CCE-6 (1.2) має наступний вигляд:

$$N_i(x_k, y_k) = \delta_{ik}, \quad \sum_{i=1}^6 N_i(x, y) = 1.$$

Для CCE-6 (1.1) має наступний зміст: на статичному килимі (поверхня нульового рівня) PF_k^{USP} ансамбль точок $PF_{r(i,j)}^{ens(i,e)}$ створює трикутник з шістьма вузлами у вершинах – рисунок 1.18.

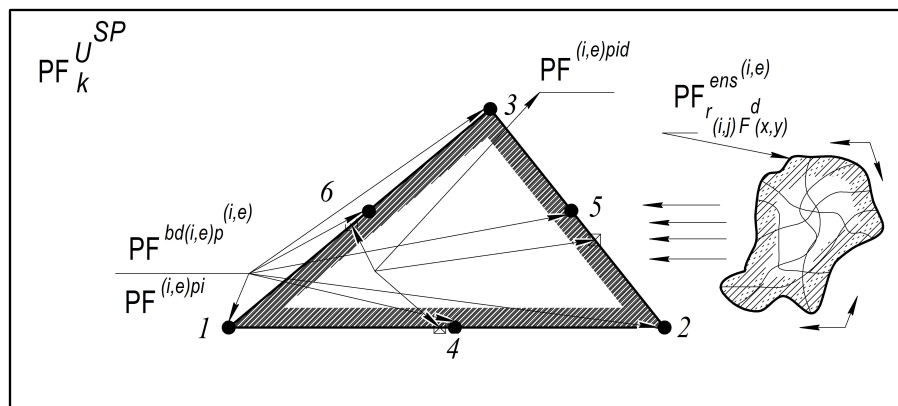


Рисунок 1.18 — Створення CCE-6

У якості обчислювального шаблону, у загальному вигляді, будемо розглядати рисунок 1.19. Вузли 1, 2, 3, 4, 5, 6 – уявні $PF^{(i,e)pi}$ або вироджені ізольовані точки $PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}$ (для кожної з шістьох базисних функцій свій власний випадок розташування) між якими здійснюється перехід за часом [82, с. 31, с. 41]. Вдовж сторін 1 – 2, 2 – 3, 3 – 1 і всередині трикутника (область D) розташовані мерехтливі точки $PF^{(i,e)pid}$.

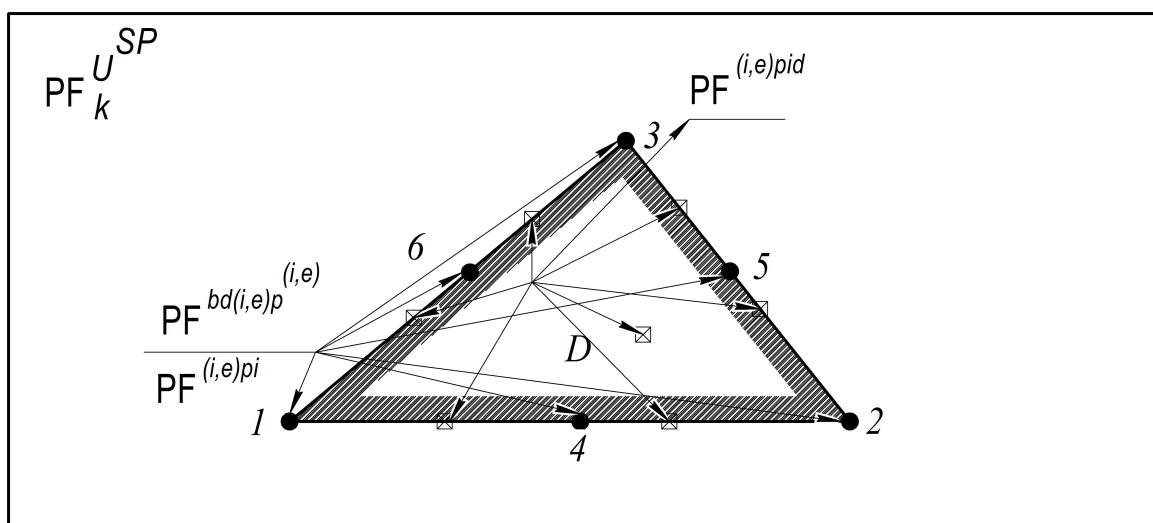


Рисунок 1.19 — Обчислювальний шаблон

Послідовність побудови (переходу за часом) базисних функцій складається з наступного ланцюгу: $N_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y) \rightarrow \dots \rightarrow N_6(x, y)$.

1.7.1 Конструювання базисної функції у 1-ому вузлі

Модель $L_1(x, y, t)$ у 1-ому вузлі – рисунок 1.20:

$$L_1(x, y, t) = \begin{cases} N_1(x, y), & t = T, \text{ (1.10), (1.14),} \\ M_1(x, y), & t \in [0, T], \text{ (1.12), (1.15).} \end{cases}$$

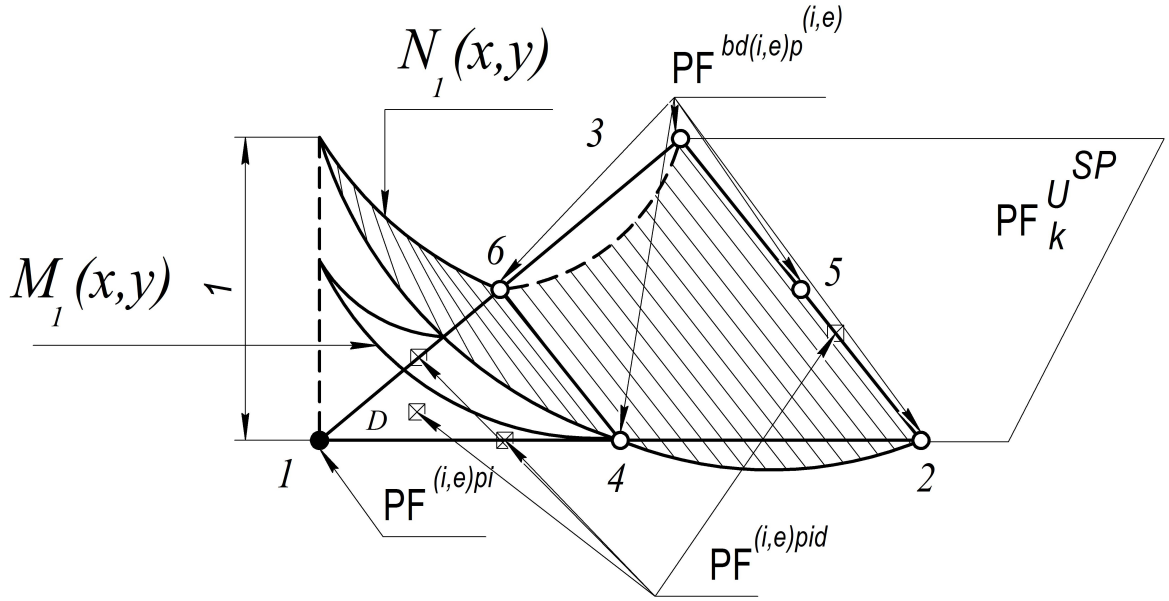


Рисунок 1.20 — Конфігурація базисної функції у 1-ому вузлі

Конфігурація (1.10) має наступний вигляд:

$$N_1(x, y) = \begin{cases} a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}, \\ h(T) = m(T)f(x, y) \pm n(T)f(x, y), \\ f(x, y) = \sum_{r=0}^2 ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r, \\ \min s = [\frac{m}{3}] = [\frac{6}{3}] = 2, \\ \varphi(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2, \\ \gamma_1 = \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dx dy, \\ \Delta(a(h(T)) \pm 1) = 0, \\ M_1(0, \frac{1}{3}) = \iint_D (a(h(T)) \pm 1) dS, \\ M_1(0, \frac{1}{3}) = \frac{1}{2(\sqrt{2}+1)} \oint (a(h(T)) \pm 1) dl, (0, \frac{1}{3}) - \text{барицентр}, \end{cases} \quad (1.24)$$

де $f(x, y) = \sum_{r=0}^2 ((\alpha_1 - 1) \frac{\prod_{l=1}^s (l-r)}{s!} + (-1)^{2r}) (\alpha_{\frac{r^2+r+2}{2}} x + \alpha_{\frac{r^2+3r+2}{2}} y)^r = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2$.

Система W^* моделі (1.24) складається з $m = 6$ -х рівнянь $a(h(T)) \pm 1 = \delta_{ik}$, $h = 0$. $N_1(x, y) = \frac{1}{2}(1 - x - y)(-x - y)$ – розв’язок моделі W^* . Вказаний ба-

зис не задовольняє три останні рівняння конфігурації (1.24), $\gamma_1 = 0$ (розподіл виглядає неприродньо). Якщо користувач вимагає додаткові вимоги (диференціальний і інтегральні критерії, а також адекватну вузлову долю масової сили), то ПАК продовжує аналіз моделей (1.12) й (1.15). Для системи W^{**} : $C_{12}^6 = 924$.

Плавний перехід від $N_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y, t)$ здійснюється за правилами «absolute transition» (абсолютного переходу) і «absolute reversionary returning back transition after a certain time» (абсолютного реверсивного переходу через певний час) [82, с. 31, с. 41]:

$$\begin{cases} PF^{(i,e)pi} \xrightarrow{\Omega(g(t))} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\ g(t) = (\ln(m(1+c)))^\circ \ln(n(1+c, \infty)) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(1+c, \infty)]}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \xrightarrow{\Omega(g^r(t))} PF^{(i,e)pi}, \quad k = 2, \\ g_1(t) = (\ln(m(1+c)))^\circ \ln(n(T_2)) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(T_2)]}, \quad t \in [1+c, T_2], \\ g_2(t) = (\ln(m(T_2+d)))^\circ \ln(n(T_2+d, \infty)) + (-1)^{[m(T_2+d)^\circ n(T_2+d, \infty)]}, \\ g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t). \end{cases}$$

$(1+c)$ – момент часу плавного переходу $N_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y, t)$; (T_2+d) – момент часу плавного переходу $N_2(x, y) \rightarrow L_3(x, y, t)$; T_2 – момент часу, при якому $N_2(x, y)$ має місце.

1.7.2 Конфігурації базисних функцій у (2 – 6)-ому вузлах

Побудова $N_i(x, y)$, $i = \overline{2, 6}$, відбувається аналогічним шляхом.

1.7.3 Ансамблювання поверхонь

Виходячи із всього вищезазначеного, отримуємо для (1.3), що G – глобальна функція часу змін аплікату поверхонь $L_i(x, y, t)$ з урахуванням плавних

переходів, $i = \overline{1, 6}$:

$$G \equiv \Delta L(x, y, t) = \bigcup_{i=1}^6 L_i(x, y, t) \circ g_i(t) \circ g_i^r(t).$$

1.7.4 Конфігурація польової функції

Використовуючи обчислювальний шаблон – рисунок 1.19, отримуємо конфігурацію польової функції $U(x, y, t) = \sum_{i=1}^6 N_i(x, y) \cdot U_i(t)$, $U(x, y, t)$ – нестаціонарна поверхня, $U_i(t)$ – вузлові значення польової функції.

$$\left\{ \begin{array}{l} U(x_1, y_1, t) = U_1(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_1(t)) \pm 1, \\ U(x_2, y_2, t) = U_2(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_2(t)) \pm 1, \\ U(x_3, y_3, t) = U_3(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_3(t)) \pm 1, \\ U(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, t) = U_4(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_4(t)) \pm 1, \\ U(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2}, t) = U_5(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_5(t)) \pm 1, \\ U(\frac{x_1+x_3}{2}, \frac{y_1+y_3}{2}, t) = U_6(t) = PF^{(i,e)pi} = a(m_6(t)) \pm 1, \\ U(x, y, t)_{1-2} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{1-2}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_1(x, y) \cdot (a(m_1(t)) \pm 1) + \\ + N_2(x, y) \cdot (a(m_2(t)) \pm 1) + N_4(x, y) \cdot (a(m_4(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=\{1,2,4\}} N_i(x, y) \times \\ \times U_i(t), \\ U(x, y, t)_{2-3} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{2-3}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_2(x, y) \cdot (a(m_2(t)) \pm 1) + \\ + N_3(x, y) \cdot (a(m_3(t)) \pm 1) + N_5(x, y) \cdot (a(m_5(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=\{2,3,5\}} N_i(x, y) \times \\ \times U_i(t), \\ U(x, y, t)_{3-1} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{3-1}) \pm 1 = a(a^{-1}[N_1(x, y) \cdot (a(m_1(t)) \pm 1) + \\ + N_3(x, y) \cdot (a(m_3(t)) \pm 1) + N_6(x, y) \cdot (a(m_6(t)) \pm 1)]) = \sum_{i=\{1,3,6\}} N_i(x, y) \times \\ \times U_i(t), \\ U(x, y, t)_D = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_D) \pm 1 = a(a^{-1}[\sum_{i=1}^6 N_i(x, y) \cdot U_i(t)]) = \\ = \sum_{i=1}^6 N_i(x, y) \cdot U_i(t). \end{array} \right.$$

1.8 Висновки

1. Четверна роль базисних функцій SSE має наступний зміст:

- вони використовуються в ізопараметричній техніці і в задачах розподілу навантажень на скінченний елемент;
- на 2D розрахункових шаблонах (квадрат, трикутник і т. д.), базисна функція є функцією від часу у неявному вигляді, а саме: $N_i(x, y) \equiv L_i(x, y, T_i)$. Якісні властивості і необхідні вимоги, які висуваються до функції форми SSE, є результатами всебічного аналізу моделей $L = L(x, y, t)$ з боку ПАК.

2. Пошук розв'язання ПАК усіх трьох класів задач – це залучення машинного часу і ресурсів потужностей ЕОМ. Час виступає комплексним інструментом: він є якісним індикатором робіт ПАК і ЕОМ для обробки результатів конструювання базисних і польових функцій.

3. Запропоновані моделі SSE, на основі апарату «the theory of plafales», містять у собі конфігурації $L = L(x, y, t)$ на квадратному (1, 2, 3-му порядках) і трикутному (1, 2-ому порядках) шаблонах; і як наслідок – моделюють формоутворення нестационарних поверхонь польових функцій. Зазначений підхід є глибоким розвиненням і удосконаленням комбінованого алгебро-геометричного методу [8], ролі гауссової кривини [87], класичного методу Уачспреса.

4. Для побудови базисних функцій (з шуканими вимогами) на розрахункових шаблонах відмінних від квадратних і трикутних (або на більш високих порядках), необхідно скласти для ПАК аналогічні моделі (згідно п. 1.2 і вищевведених конфігурацій).

5. Подальше створення вищезгаданих універсальних ПАК, де в якості алгоритмічної основи будуть закладені вищеназвані моделі SSE, дасть чітку відповідь: чи є моделі SSE на основі апарату «the theory of plafales» універсальним інструментом конструювання базисних функцій з необхідними вимогами?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Астіоненко І. О. Багатопараметричні інтерполяційні поліноми бікубічного елемента серендипової сім'ї / І. О. Астіоненко // Вісник Запорізького національного університету: Серія: Фізико-математичні науки. – 2009. – № 1. – С. 14 – 21.
2. Астіоненко І. О. Багатопараметричні серендипові елементи мішаного типу / І. О. Астіоненко // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2012. – Вып. 2 (45). – С. 30 – 34.
3. Астионенко И. А. Базисы серендиповых конечных элементов с естественным спектром / И. А. Астионенко, П. И. Гучек, Е. И. Литвиненко, А. Н. Хомченко // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2008. – Вып. 2 (31). – С. 24 – 30.
4. Астионенко И. А. Дутые моды и серендиповы аппроксимации высших порядков / И. А. Астионенко, Е. И. Литвиненко, А. Н. Хомченко // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2010. – Вып. 2 (38). – С. 385 – 388.
5. Астіоненко І. О. Інтерполяційна процедура Тейлора для побудови базисів серендипових скінченних елементів: модифікація / І. О. Астіоненко, О. І. Литвиненко, А. Н. Хомченко // Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта: Материалы международной научной конференции, Т. 1. – Херсон: ХНТУ, 2009. – С. 9 – 12.
6. Астіоненко І. О. Ймовірнісно-геометричний метод побудови біквадратичного серендипового базису: нові варіанти / І. О. Астіоненко, О. І. Литвиненко, А. Н. Хомченко // Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта: Материалы международной научной конференции. – Херсон: ХНТУ, 2014. – С. 24 – 26.

7. Астионенко И. А. Конструирование многопараметрических полиномов на бикубическом элементе серендипова семейства / И. А. Астионенко, Е. И. Литвиненко, А. Н. Хомченко // Научные ведомости. Серия: математика, физика. – Белгород: БелГУ, 2009. – Вып. 16. – № 5 (60). – С. 15 – 31.
8. Астіоненко І. О. Моделі наближення функцій багатопараметричними поліномами серендипової сім'ї: дис. канд. фіз.-мат. наук: 01.05.02 / Ігор Олександрович Астіоненко. – Херсон, 2011. – 180 с.
9. Астіоненко І. О. Неоднозначність серендипових моделей у задачах наближення функцій двох аргументів / І. О. Астіоненко // Вісник Запорізького національного університету: Серія: Фізико-математичні науки. – 2010. – № 1. – С. 25 – 29.
10. Астионенко И. А. Оптимизация спектров узловых нагрузок на серендиповых элементах высших порядков // И. А. Астионенко, Е. И. Литвиненко, А. Н. Хомченко // П'ята міжнародна науково-практична конференція „Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем“. 14-16 листопада 2007. Тези доповідей. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2007. – С. 11.
11. Астионенко И. А. О серендиповых элементах с естественным спектром узловых нагрузок / И. А. Астионенко, Е. И. Литвиненко, А. Н. Хомченко // Геометричне та комп'ютерне моделювання. Збірник наукових праць. – Харківський державний університет харчування та торгівлі. – 2007. – Випуск 17. – С. 97 – 102.
12. Астионенко И. А. Полиномиальная интерполяция на многоугольных областях: обзор / И. А. Астионенко, Е. И. Литвиненко, А. Н. Хомченко // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті: Матеріали міжнародної науково-практичної конференції, 25-27 травня 2009 р., Херсон, Т. 2. – Херсон: ХДМІ, 2009. – С. 5 – 6.
13. Астионенко И. А. Серендиповы модели суперпараметрических аппроксимаций / И. А. Астионенко // Materialy V mezinarodni vedecko-prakticka konference „Aplikovane vedecke novinky – 2009“. – Praha: Education and Sci-

- ence, 2009. – Dil. 5. Matematika. – P. 48 – 54.
14. Астионенко И. А. Серендиповы элементы: ретроспектива и современные концепции / И. А. Астионенко, А. Н. Хомченко // Проблеми інформаційних технологій. – 2009. – № 1 (005). – С. 140 – 144.
 15. Валько Н. В. Интегральный критерий гармоничности функции та моделі методу барицентричного усереднення / Н. В. Валько, А. Н. Хомченко // Питання прикладної математики і математичного моделювання: зб. наук. праць. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2004. – С. 36 – 47.
 16. Гучек П. И. Моделирование конечных элементов серендипова семейства для исследования температурных полей / П. И. Гучек, Е. И. Литвиненко, М. С. Буба, А. Н. Хомченко // Проблеми пожежної безпеки. Збірник наукових праць. – К. : МВС України., 1995. – С. 75 – 77.
 17. Гучек П. И. Полиномиальная интерполяция на гексагоне и гармоничность по Привалову / П. И. Гучек, А. Н. Хомченко, С. В. Моисеенко // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2005. – Вип. 13. – С. 68 – 72.
 18. Зуб П. М. Компьютерная реализация методов барицентрического усреднения для задач эллиптического типа / П. М. Зуб, И. А. Лурье, А. Н. Хомченко // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2002. – Вып. 1 (14). – С. 46 – 49.
 19. Камаева Л. И. О моделировании конечных элементов серендипова семейства / Л. И. Камаева, А. Н. Хомченко // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Всесоюзн. межвуз. сб. – Горький: ГГУ, 1985. – Вып. 31. – С. 14 – 17.
 20. Камаєва С. О. Аналіз стійкості поля щодо базисів просторового серендипового елементу 2-го порядку / С. О. Камаєва, А. Н. Хомченко // Вестник Херс. нац. техн. ун-та. – 2009. – Вып. 1 (34). – С. 13 – 16.
 21. Камаєва С. О. Ансамблювання скінченних елементів з альтернативними базисами / С. О. Камаєва // Актуальные проблемы современных наук – 2009: V Междунар. науч.-практ. конф., Дніпропетровськ, 7-15 черв. 2009

- р. : тез. докл. – Польща; Дніпропетровськ, 2009. – Т. 21. – С. 74 – 76.
22. Камаєва С. О. Геометричні моделі та методи конструктивного відновлення фізичних полів: дис. канд. техн. наук: 01.05.02 / Світлана Олегівна Камаєва. – Харків, 2010. – 218 с.
 23. Камаєва С. О. Роль когнитивной компьютерной графики в современном обучении / С. О. Камаева, А. Н. Хомченко // Современное образование: содержание, технологии, качество: XV Междунар. конф., Санкт-Петербург, 22 апр. 2009 г. : тез. докл. – Санкт-Петербург, 2009. – Т. 2. – С. 121 – 123.
 24. Камаєва С. О. Стійкість скалярного поля відносно базисів серендипового елементу / С. О. Камаєва, А. Н. Хомченко // Геометричне та комп'ютерне моделювання: зб. наук. пр. – Х., 2009. – Вип. 22. – С. 25 – 31.
 25. Камаєва С. О. Явище стійкості серендипових поверхонь щодо базису / С. О. Камаєва // Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем: VI Міжнар. наук.-практ. конф., Дніпропетровськ, 12-14 листоп. 2008 р. : тези доп. – Дніпропетровськ, 2008. – С. 143 – 144.
 26. Литвиненко Е. И. Геометрическое моделирование трехмерных серендиповых КЭ / Е. И. Литвиненко, А. Н. Хомченко // Прикладная геометрия и инженерная графика. – Мелитополь: ТГАТА, 1997. – Вип. 4. – Т. 1. – С. 40 – 42.
 27. Литвиненко Е. И. Математические модели и алгоритмы компьютерной диагностики физических полей: дис. канд. техн. наук: 05.13.06 / Елена Ивановна Литвиненко. – Херсон, 1999. – 172 с.
 28. Тулученко Г. Я. Побудова базисів трикутних скінченних елементів, які адаптовані до виду граничної задачі (повідомлення 1) / Г. Я. Тулученко, О. В. Котова, С. І. Безердян // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2014. – Вип. 3 (50). – С. 502 – 505.
 29. Тулученко Г. Я. Удосконалення геометричного алгоритму побудови гармонічних базисів для трикутних скінченних елементів / Г. Я. Тулученко, Н. В. Старун, С. І. Безердян, Н. В. Осипова // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2015. – Вип. 3 (54). – С. 621 –

624.

30. Хомченко А. Н. Геометрические аспекты серендиповых аппроксимаций / А. Н. Хомченко, Л. И. Камаева – Ивано-Франковск, 1987. – 10 с. – Деп. в УкрНИИНТИ 27.03.1987, № 1062Ук-87Деп.
31. Хомченко А. Н. Геометрическое моделирование дискретных элементов с криволинейными границами / А. Н. Хомченко, Н. А. Козуб // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 2008. – № 1 (21) – С. 24 – 27.
32. Хомченко А. Н. Геометричне моделювання стаціонарних теплових полів в областях складної форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Мелітополь, 2008. – С. 34 – 43. – (Праці / Тавр. держ. агротехнол. ун-т; т. 38, вип. 4).
33. Хомченко А. Н. Геометрия полиномиальной интерполяции метода конечных элементов / А. Н. Хомченко // Прикладная геометрия и инженерная графика. – 1987. – Вып. 43. – С. 80 – 82.
34. Хомченко А. Н. Геометрия серендиповых аппроксимаций / А. Н. Хомченко, Е. И. Литвиненко, П. И. Гучек // Прикладная геометрия и инженерная графика. – 1996. – Вып. 59. – С. 40 – 42.
35. Хомченко А. Н. Геометрия серендиповых полиномов: классические результаты и артефакты / А. Н. Хомченко, И. А. Астионенко, Н. А. Козуб // Геометричне та комп'ютерне моделювання. Зб. наук. праць. – Харків: ХДУХТ, 2007. – Вип. 18. – С. 24 – 29.
36. Хомченко А. Н. Геометричне моделювання на дискретних елементах: Монографія / А. Н. Хомченко, Г. Я. Тулущенко. – Херсон: ОЛДІ-плюс, 2007. – 270 с.
37. Хомченко А. Н. Геометрическая вероятность и кубическая двумерная интерполяция / А. Н. Хомченко // Ивано-Франк. ин-т нефти и газа. – Ивано-Франковск, 1983. – 8 с. – Деп. в УкрНИИНТИ 14.11.1983, № 1247-D83.
38. Хомченко А. Н. Дискретні моделі температурних полів в областях складної форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Крайові задачі для диференці-

- альних рівнянь: зб. наук. пр. / Чернів. нац. ун-т ім. Ю. Федьковича. – Чернівці, 2008. – Вип. 16. – С. 293 – 311.
39. Хомченко А. Н. Знакопеременная плотность и полилинейная интерполяция / А. Н. Хомченко // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2007 – Вып. 2 (28). – С. 378 – 382.
 40. Хомченко А. Н. Конечные элементы для задач теории поля в цилиндрических координатах / А. Н. Хомченко // Вестник Киевского ун-та. Моделирование и оптимизация сложных систем. – 1986. – Вып. 5. – С. 65 – 68.
 41. Хомченко А. Н. Конструирование конечных элементов в цилиндрических координатах / А. Н. Хомченко. – Ивано-Франковск, 1984. – 6 с. – Деп. в УкрНИИНТИ 05.12.1984, № 2052Ук-84Деп.
 42. Хомченко А. Н. Конструювання серендипових поверхонь, нечутливих до змін функцій форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Наукові нотатки: міжвуз. зб. – Луцьк, 2008. – Вип. 22. – С. 366 – 371.
 43. Хомченко А. Н. Критерій інваріантності температурних полів серендипових елементів щодо альтернативних функцій форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: Міжнар. наук. конф., Кам'янець-Подільський, 5-6 черв. 2008 р. : матеріали. – Кам'янець-Подільський, 2008. – Вип. 1. – С. 191 – 196.
 44. Хомченко А. Н. Метод конечных элементов: стохастический подход / А. Н. Хомченко. – Ивано-Франковск, 1982. – 7 с. – Деп. в ВИНТИ 15.10.82, № 5167.
 45. Хомченко А. Н. Модели барицентрического усреднения и одношаговые схемы случайных блужданий / А. Н. Хомченко, В. В. Крючковский // Матем. модел. в образовании, науке и промыш. – С.-Пб. : МАН ВШ, 2005. – С. 112 – 115.
 46. Хомченко А. Н. Моделирование трансляционных функций формы на гексагоне / А. Н. Хомченко, С. В. Моисеенко О. В. Цыбуленко // Научно-техн. журнал «Автоматика. Автоматизация. Электротехнические компле-

- ксы и системы». – 2005. – № 2 (16). – С. 32 – 35.
47. Хомченко А. Н. Моделі методу барицентричного усереднення / А. Н. Хомченко, Н. В. Валько, О. І. Литвиненко // Матеріали міжн. наук.-практ. конф. „Інформаційні технології в системі керування вищою освітою України“. – Херсон: ХГУ, 2004. – С. 24 – 26.
 48. Хомченко А. Н. Некоторые вероятностные аспекты МКЭ / А. Н. Хомченко. – Ивано-Франк. ин-т нефти и газа. – Ивано-Франковск, 1982. – 9 с. – Деп. в ВИНТИ 18.03.82, № 1213.
 49. Хомченко А. Н. Новые модели серендиповых элементов / А. Н. Хомченко, Т. П. Левая, П. И. Гучек // Прикладная геометрия и инженерная графика. – 1996. – Вып. 60. – С. 53 – 56.
 50. Хомченко А. Н. О базисных функциях МКЭ для уравнений в частных производных / А. Н. Хомченко // III Респ. симпозиум по диффер. и интегр. Уравнениям: Тез. докл. – Одесса: ОГУ, 1982. – С. 257 – 258.
 51. Хомченко А. Н. О вероятностном построении базисных функций МКЭ / А. Н. Хомченко. – Ивано-Франк. ин-т нефти и газа. – Ивано-Франковск, 1982. – 5 с. – Деп. в ВИНТИ 21.10.82, № 5264.
 52. Хомченко А. Н. О модификации серендиповых элементов / А. Н. Хомченко // Ивано-Франк. ин-т нефти и газа. – Ивано-Франковск, 1983. – 4 с. – Деп. в ВИНТИ 4.07.1983, № 3643.
 53. Хомченко А. Н. Об усреднении в математическом моделировании / А. Н. Хомченко, В. В. Крючковский // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2005. – Вып. 22. – С. 340 – 343.
 54. Хомченко А. Н. Обратные задачи об интегральных средних для серендиповых полиномов / А. Н. Хомченко, И. А. Астионенко, Е. И. Литвиненко // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2007. – Вып. 2 (28). – С. 383 – 389.
 55. Хомченко А. Н. Серендиповы элементы и геометрическая вероятность / А. Н. Хомченко // Ивано-Франк. ин-т нефти и газа. – Ивано-Франковск, 1983. – 5 с. – Деп. в УкрНИИТИ 28.06.1983, № 629Ук-D83.

56. Хомченко А. Н. „Скрытые“ параметры и „мягкие“ модели серендиповых элементов / А. Н. Хомченко // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2008. – Вып. 2 (31). – С. 500 – 503.
57. Хомченко А. Н. Способ построения интерполяционных формул на конечных элементах / А. Н. Хомченко // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К. : КИСИ, 1985. – Вып. 47. – С. 67 – 70.
58. Хомченко А. Н. Стандартные серендиповы многочлены и линейчатые поверхности / А. Н. Хомченко, Е. И. Литвиненко, И. А. Астионенко // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. Міжвузівський збірник. Вип. № 6. – Луцьк: Луцький націон. техн. університет, 2011. – С. 266 – 269.
59. Топчий Д. О. Криптографические алгоритмы и IT платформы «ECLECTIC-DT» / Д. О. Топчий // Материалы X международной научно-практической конференции „Новости научной мысли – 2014“. – Прага: Образование и Наука, 2014. – Вып. 12. – С. 46 – 47.
60. Топчий Д. О. The theory of plafales: конструювання базисних функцій на трикутнику другого порядку / Д. О. Топчий // Инновационные аспекты геометро-графического образования: материалы международной научно-методической конференции (Севастополь, 6 мая – 7 мая 2014 г.). – Севастопольский национальный технический университет, 2014. – С. 26 – 27.
61. Топчий Д. О. The theory of plafales: конструювання стандартного базису SSE·8 / Д. О. Топчий // Приднєпровський научний вестник. – 2014. – № 5 (152). – С. 55 – 65.
62. Топчий Д. О. The theory of plafales: конструювання стандартного базису SSE·12 / Д. О. Топчий // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. – 2014. – № 3 – С. 1 – 9.
63. Топчий Д. О. The theory of plafales: новий підхід до конструювання базисних функцій в MSE / Д. О. Топчий // Компьютерное моделирование в наукоемких технологиях: труды международной научно-технической конференции (Харьков, 28 мая – 31 мая 2014 г.). – Харьковский национальный

- университет имени В. Н. Каразина, 2014. – С. 390 – 391.
64. Топчий Д. О. The theory of plafales: новий підхід до конструювання базисних функцій на трикутнику першого порядку / Д. О. Топчий // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: фізико-математичні науки. – Кам'янець-Подільський національний університет імені І. Огієнка, 2014. – Вип. 10. – С. 170 – 182.
 65. Топчий Д. О. The theory of plafales: новий підхід до конструювання базисних функцій на трикутнику першого порядку / Д. О. Топчий // Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: Тез. докл. конф. (Кам'янець-Подільський, 4 квітня – 5 квітня 2014 р.). – Кам'янець-Подільський національний університет імені І. Огієнка, 2014. – С. 166 – 167.
 66. Топчий Д. О. The theory of plafales: четверта роль базисних функцій серендипових скінченних елементів. Огляд результатів / Д. О. Топчий // Наукові праці Вінницького національного технічного університету, 2016. – № 2. – С. 72 – 78.
 67. Topchy D. The theory of plafales: Applications of new cryptographic algorithms and platforms in Military complex, IT, Banking system, Financial market / D. Topchy // XLII KONFERENCJA ZASTOSOWAŃ MATEMATYKI: thesis report. – (Zakopane-Kościelisko, 27 Aug. – 3 Sep.). – Warszawa, 2013. – P. 58.
 68. Гиндикин С. Г. Дебют Гаусса / С. Г. Гиндикин // Научно-популярный физико-математический журнал «Квант». – 1972. – № 1. – С. 2 – 11.
 69. Демидович Б. П. Численные методы анализа / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. – М.: Наука, 1967. – 368 с.
 70. Привалов И. И. Математический сборник / И. И. Привалов. – Т. 32, 1925. – С. 464 – 471.
 71. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров / С. Фарлоу. – М.: Мир, 1985. – 384 с.
 72. Аксенов С. В. Организация и использование нейронных сетей / С. В. Аксе-

- нов, В. Б. Новосельцев. – Томск: Томский политехнический университет, 2006. – 124 с.
73. Cook S. The P versus NP problem / S. Cook. // Clay Mathematics Institute, 2000. – P. 1 – 12.
 74. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
 75. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
 76. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
 77. Бурбаки Н. Дифференцируемые и аналитические многообразия. Сводка результатов / Н. Бурбаки. – М.: Мир, 1975. – 224 с.
 78. Мищенко А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. – М.: Физматлит, 2004. – 298 с.
 79. Маклейн С. Категории для работающего математика / С. Маклейн. – М.: Физматлит, 2004. – 351 с.
 80. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М.: Наука, 1976. – 542 с.
 81. Topchyi D. The theory of plafales: the proof of P versus NP problem / D. Topchyi. – Brentwood: Best Global Publishing, 2011. – 634 p.
 82. Topchyi D. The theory of plafales: the proof algorithms for millennium problems [Электронный ресурс] / D. Topchyi. – Brentwood: Best Global Publishing, 2013. – 695 p. – Режим доступа: <http://eleanor-cms.ru/uploads/book.pdf>
 83. Таненбаум Э. Архитектура компьютера / Э. Таненбаум. – Pearson Prentice Hall, 2006. – 843 с.
 84. Арнольд В. И. „Жесткие“ и „мягкие“ математические модели / В. И. Арнольд. – М.: МЦНМО, 2008. – 32 с.
 85. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы / Р. Галлагер. – М.: Мир, 1984. – 428 с.
 86. Очан Ю. С. Сборник задач по математическому анализу / Ю. С. Очан. –

М.: Просвещение, 1981. – 270 с.

87. Хомченко А. Н. Гауссова кривизна серендиповых поверхностей или как прогнуть коноид / А. Н. Хомченко, И. А. Астионенко // Вісник Херсонського національного технічного університету. – 2016. – Вип. 3 (58). – С. 444 – 447.