

# **Zeta-functional exact general solution of the Euler-Poisson equations as a "Modular top" and its duality to the one-degree $\delta$ -functional dynamic system "vertical pendulum"**

D.L. Abrarov

abrarov@yandex.ru

**Abstract.** The non-classical structure of the exact general solution of the Euler-Poisson equations (EPE), detailed in [1],[2], is demonstrated as an equivariant analytic continuation (globalization) of the phase flow of the Kovalevskaya top at  $t=\infty$ .

The result of this globalization, realized by the hidden symmetry of the involution of the *EPE* time reversibility, is interpreted as an equivariant Riemann zeta-function with the functional structure of the canonical global  $\delta$ -function in the form of the equivariant correction of the Dirac  $\delta$ -function.

The general solution of the *EPE* has the mechanical meaning of the general *EPE*-top with a phase flow in the form of a general equivariant perturbation of the flow of the so-called the trivial top.

The general solution of the *EPE* represents the canonical rotation of the 3d sphere along its loxodrome field and integrates to a "phase-rigid 3d ball *B*" – a general *EPE* top with a paradoxical structure of the phase flow equivalent to the phase flow of a classical pendulum in vertical equilibrium, i.e., it has a formally 1-degree and natural quantum structure in the spirit of the "loop model for the Navier-Stokes equations" from [3].

The ball *B* is the "canonical section space" of the *EPE* phase flow, realizing the orbit of its Kowalevskaya-Galois normalization with a 1-dimensional continuous-discrete spectrum is a "Modular top". A "Modular top" is a new "universal" integrable case of the *EPE*.

In the physical context, a Modular top represents not only the space of self-oscillations of the formally 1-degree "vertical pendulum", but also its equivalent realizations in the form of a "tetrahedral oscillator" and a "purely imaginary oscillator". The interpretation of such a "3-1" equivalence as an "energy-time" duality is discussed, and models of gravity and real time are presented in the context of the dynamics of the *EPE*.

A Modular top is a canonical orbit of the symmetry of the time reversibility of the *EPE* and "adsorbs" all the singularities of the classical versions of the *EPE* perturbation theories, including "small *KAM*-denominators" and "secular Poincaré-Kozlov sets" ([4]-[6]). In this context, fundamental mistakes of the classical reduction of the *EPE* [4-6] within the framework of these theories are revealed. The analytical supersymmetry and phase rigidity of the general solution of the *EPE* correspond to its functional structure of the global  $\delta$ -function representing the angular momentum of a Modular top as a universal *EPE* top.

The global  $\delta$ -function is the canonical duality potential of the trivial and non-trivial zeros of the general solution of the *EPE* as an equivariant alternating Riemann zeta-function. It is realized by the mirror symmetry of even and odd periods of the rectilinear flow on the 3d-Klein bottle - canonical secant map of the classical affine dynamics of the *EPE*.

The global  $\delta$ -function represents the potential of the orientation space for *EPE* [7], realizing a spectral model of the *EPE* linearization on their Jacobian. The canonical cycles of this linearization represent the complete set of integrable cases of the *EPE* and have the meaning of "the equivariant Riemann zeta function cycles".

**Keywords:** zeta-functional solution of the *EPE*, Modular top, Relativistic top, (3-1)-reduction, classical reduction mistakes, vertical pendulum and vertical ball, Galois globality, interpretations of

the 4th and the Kowalewskaya integrals, the Bruno-Batkhin and the Adlaj integrals, global  $\delta$ -function, zeta-functional models of gravity and real time, *LFT*, *EPE* - Navier-Stokes correspondence.

## 1. Общая характеристика работы

Стиль изложения данной работы, опираясь на ранее полученные результаты, имеет качественный характер и направлен на создание целостной картины корректной динамики уравнений Эйлера-Пуассона, хотя и кардинально отличающейся от классической, но безусловно, с ней связанный. Так, принципиально новые результаты исследований различных авторов по теме интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона отражаются контекстно без детализации.

Новый общий (универсальный) случай интегрируемости, осознан как новый случай интегрируемости УЭП и пока только возник и начат описываться в контексте исследования одностепенной редукции исходных уравнений.

Этот «универсальный случай» интегрируемости на данном этапе демонстрируется в рамках описания его общей симметричной структуры и ключевых параметров.

Несмотря на то, что возникший «универсальный случай» полностью находится в рамках параметров «пакета атрибутов интегрируемости» уравнений Эйлера-Пуассона, он имеет крайне неклассическую, а точнее, квантово-полевую структуру. Это создает дополнительную необходимость в его верификации на будущее.

Собственно, тема появления «Модулярного волчка», правда без акцента на его параметрах как УЭП-волчка, уже отражена и в базовом исследовании автора о (неожиданной для классики) дзета-функциональной структуре глобальной экспоненты трехмерной сферы как общего решения уравнений Эйлера-Пуассона [1].

Естественно, предполагается, что в дальнейших исследованиях эта тема будет дополнительно исследоваться и критически анализироваться, верифицируясь и в конкретных практических технологических приложениях, аналогично верификационному подходу из [3].

В целом, акцент описания исходной темы работы («одностепенной редукции УЭП») делается на выявлении наиболее существенных аспектов *инвариантной структуры исследуемой исходной классической твердотельной динамики*.

Само описание носит выраженный «синтетический механико-физико-математический» характер, соответствующий многогранной, глубоко скрытой симметричной сути точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона.

Особый акцент делается на непосредственной связи дзета-функциональной структуры точно разрешимой динамики уравнений Эйлера-Пуассона и ее гипотетической универсализации на базе дзета-функции Римана.

К сожалению, факторы разноаспектности, высокой синтетичности, некоторой недоработанности структуры текста, значительного объема его материала, возможные неточности, а также фактор отсутствия поясняющих рисунков, могут затруднить чтение. Смягчающим же фактором в этой ситуации является, по мнению автора, не только теоретическая, но и потенциальная прикладная актуальность излагаемого материала и, естественно, препринтный характер текста.

Основные понятия и структуры, ассоциированные с точным общим решением уравнений уравнений Эйлера-Пуассона, содержатся в объемной монографии [1] и (пока) в ее базовом дополняющем тексте [2]. Разноаспектная детализация и уточнения рассматриваемой крайне

нетривиальной и многоаспектной задачи содержатся в ряде других работ автора (необходимая для данной работы часть этих работ содержится в списке литературы).

## 2. Универсальный интегрируемый случай УЭП как глобально одностепенное эквивариантное аналитическое продолжение классической УЭП-динамики в $t = \infty$

Данная работа фокусируется на фундаментальной *глобально одноступенной* природе эффекта точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона из [1] и это приносит плод в виде *универсального интегрируемого случая* данных классических фундаментальных уравнений механики – нового случая их интегрируемости с новой, параметризующей все остальные интегрируемые случаи, симметричной модулярной функциональной природой.

Термин «модулярность» имеет смысл, эквивалентный математическому термину «модулярность», например, из теории модулярности эллиптических кривых  $E/\mathbb{Q}$  с рациональными коэффициентами (см. пп. 24, 27).

Собственно, этот *новый «универсальный» случай и ассоциирован с каноническим эквивариантным аналитическим продолжением (в формальную бесконечность соответствующих переменных) фундаментального свойства (отображения) модулярности кривых  $E/\mathbb{Q}$  - корректных (эквивариантных) спектральных кривых исходных уравнений в нейтральный элемент группового закона на универсальной такой кривой.*

С геометрической точки зрения это аналитическое отображение  $E/\mathbb{Q}$ -параметризации, в соответствии с основной теоремой из [1], канонически координатизирует глобальную экспоненту  $\exp(\mathbb{S}^3)$  трехмерной сферы  $\mathbb{S}^3$  – аффинно трехмерное отображение.

Возникающий «универсальный волчок» - в точности каноническая орбита канонического отображения  $id(\exp(\mathbb{S}^3))$  – нейтрального элемента отображения  $\exp(\mathbb{S}^3)$  с нетривиальной конечно-порожденной Галуа-групповой структурой.

Отметим, что остальные аналитические (*«интегрируемые»*) волчки – это канонические циклы «эквивариантно модулярного» отображения  $\exp(\mathbb{S}^3)$ , *имеющие, как множество, структуру конечного поля эквивариантных вычетов (где «универсальный волчок» - «старший вычет»)*,

Важно подчеркнуть, что отображение  $\exp(\mathbb{S}^3)$  *представляет нормальную форму аналитической теории возмущений для уравнений Эйлера-Пуассона в том естественном смысле, что все особенности, в частности, ее классических версий (Пуанкаре-Козлова, КАМ-теории) включаются в нейтральный элемент  $id(\exp(\mathbb{S}^3))$  нормальной формы при указанном выше аналитическом продолжении.*

Поэтому, например, «идейно корректным» становится парадоксальное утверждение: *«уравнения Эйлера-Пуассона интегрируются на множестве малых знаменателей возмущенной динамики волчка Эйлера».*

Принципиальный кризисный момент состоит в том, что это утверждение – *точный антипод следующей качественной КАМ-интерпретации классических результатов о неинтегрируемости: «уравнения Эйлера-Пуассона не интегрируются из-за появления малых знаменателей в «слегка» аналитически возмущенной динамике волчка Эйлера».*

Анализ сопоставления  $\exp(\mathbb{S}^3)$ -разрешимости с КАМ-хаотизацией показывает, что *некорректность (в итоге) классики кроется в этом самом структурно аффинном*

**неэквивариантном понятии «слеска»:** все особенности этого «слеска возмущения» адсорбируются в нейтральном элементе  $id(\exp(\mathbb{S}^3))$  при указанной выше нормализации эквивариантным аналитическим продолжением «в формальную бесконечность аффинного времени» (см. пп. 14-16).

Появление «универсального» случая УЭП «с технической аналитической точки зрения» основано на том, что **уравнения Эйлера-Пуассона в обратимом классическом аффинном времени имеют ровно одну глобальную степень свободы. Это обстоятельство естественным образом и влечет их полную интегрируемость (в любом смысле) и соответственно – точную аналитическую разрешимость в определенном классе специальных функций.**

**Нюанс состоит в сложной «квантово-полевой» структуре этой глобальной степени свободы.**

**В этом контексте понятие «глобальности» оказывается ключевым** и уточняется далее.

Общая схема «нормализующей УЭП (3-1)-редукции» после сделанных замечаний об «эквивариантном модулярном контексте» оказывается вполне аналогичной методу «редукции Уайлса» для важного («полустабильного») подмножества кривых  $E/\mathbb{Q}$  (см. п. 27).

«Верхний уровень» этой схемы эквивариантной нормализации теории возмущений УЭП, приводящей к «Модулярному волчку», опишем следующим образом.

Сначала возникает неожиданная парадоксальная редукция общей динамики уравнений Эйлера-Пуассона на их случай некоторой сильной специализации их параметров. Правда, данная редукция, в итоге, оказывается глубоко скрытой нормализацией исходных уравнений.

А именно: **общие** уравнения Эйлера-Пуассона (далее УЭП) обладают канонической аффинной нормализацией на уравнения их **частного** (!) случая – случая Ковалевской.

**Геометрической интерпретацией фазовой динамики волчка Ковалевской является график** корректно определенной глобальной экспоненты сферы  $\mathbb{S}^3$  (см. [1], [2]) в виде отображения канонического топологически односвязного аналитического потока больших кругов на трехмерной сфере  $\mathbb{S}^3$ . Это отображение имеет интерпретацию канонического аналитического качения геометрической точки по  $\mathbb{S}^3$  и интерпретацию канонической эквивариантной аналитической структуры (аналитической связности) на сфере  $\mathbb{S}^3$ .

Свойство «глобальности» отображения (в данном случае) означает возможность его задания его орбит, как многообразий, глобальным атласом – атласом только из одной карты.

Скрытая глобальная экспоненциальность структуры классического фазового потока волчка Ковалевской (см. [1], [2]), и следовательно, собственно исходных уравнений Эйлера-Пуассона, говорит о том, что

**УЭП (в контексте общепринятого подхода в математической физике) определяют эквивариантную дзета-функцию  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  как специальную функцию, представляющую точное общее решение УЭП.**

**Общий волчок УЭП (эквивалентно – общее решение УЭП) возникает как результат корректно определенного УЭП-эквивариантного аналитического продолжения (эквивариантной аналитизации) аффинной нормальной формы фазового потока УЭП – фазового волчка Ковалевской – в формальную бесконечность  $t = \infty$  классического аффинного времени.**

Такое продолжение имеет эквивалентные смыслы

- УЭП-эквивариантной аналитизации (функциональный смысл)
- УЭП-эквивариантной аналитической глобализации – описанию в одной карте (геометрический смысл)

исходного отображения фазового потока УЭП, определенного над классическим аффинным временем  $t \in \mathbb{R}$ .

Наиболее парадоксальной, но вместе с тем, наиболее фундаментальной интерпретацией, является

*совершенная конструктивная структура (конечно-порожденный функциональный модуль Галуа) односвязно аналитического продолжения двояко-асимптотической динамики классического математического маятника в его вертикальное равновесие (невозможное с общепринятой классической точки зрения без дополнительных оговорок).*

Далее подчеркивается именно *свойство глобальности фазовой динамики УЭП*, как свойство, проясняющее геометро-физическую суть УЭП и соотношение с их *локальным классическим рассмотрением*.

Эквивариантно аналитизированный (глобализованный) волчок Ковалевской обладает парадоксальными «разностепенными» двойственными интерпретациями в виде (определяемых далее)

- *динамики глобально 3-степенного «вертикального шара»* (см. п.6)
- *динамики глобально 1-степенного «вертикального маятника»* (см. данный п.),

совершающих автоколебания относительно своих канонических («вертикальных») равновесий.

*Гамильтонианом общего УЭП-волчка является функция нового типа* – обобщенная функция («обобщенность» - в смысле функционального анализа), которая представляет УЭП-эквивариантную коррекцию классической  $\delta$ -функции Дирака.

Данная эквивариантная  $\delta$ -функция определяется в п.18 и представляет общее дзета-функциональное решение уравнений Эйлера-Пуассона в эквивариантном экспоненциальном виде  $\exp F = \exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$ .

В следующем пункте приводится ее трехмерная спектральная матричная структура.

Поскольку *общее решение универсально параметризует все (нетривиальное) пространство решений уравнений Эйлера-Пуассона*, то естественным названием, уточняющим название «*общий волчок*» и точно отражающим его специальные свойства, является название «*Модулярный волчок*», которое и используется далее.

Функция  $\exp F$ , приобретающая смысл «конформного» гамильтониана УЭП, в данной работе аргументированно интерпретируется как *эквивариантная знакопеременная (альтернативная) дзета-функция Римана* (см. определение, например, в [8], контекстно важной работе) в рамках того наблюдения, что ее второй аргумент – *параболическая форма  $\Delta_{12}(q)$  веса 12* – определяет односвязность области значений функции  $\exp F$ , что и делает ее эквивариантной (см. [1], [2]).

**Параметры модулярного волчка**

- *тензор инерции  $I_{\text{Modular Top}}$*

- **тензор «коинерции»**  $\vec{c}_{Modular Top}$  - вектор смещения точки закрепления волчка от его центра масс» (поясним терминологию **тензор «коинерции»**: эквивариантно глобализирующее продолжение классических аффинных векторов  $\vec{c}$  дает уже функциональный **ковариантный тензор**)

**уравнений Эйлера-Пуассона конструктивно вычисляются.**

Инвариантная (парадоксальная) схема этого вычисления с фундаментальной механической точки зрения представляет **операторно-значное односвязное аналитическое продолжение двояко-асимптотической динамики классического маятника в его вертикальное равновесие, где  $t = \infty$ .**

Получающаяся в результате продолжения динамическая система представляет «**глобальный математический маятник**» - математический маятник, «глобально вращающийся» относительно «глобального центра» - сразу относительно 3-х центров его равновесия - точек», представляющих центры его аффинного равновесия (и также в точности представляющего особенности (!) собственно вертикального равновесия классического маятника).

Другими словами, «глобальное вращение глобального маятника» происходит

- относительно исходной точки закрепления (точка устойчивого равновесия),
- относительно конца своего стержня (точка неустойчивого равновесия)
- относительно центра динамики вертикального равновесия маятника в «формальной бесконечности» (точка неопределенного равновесия).

В соответствии с определением «глобальности» фазовый поток такой динамической системы определен глобально.

Далее **глобально одностепенную** гамильтонову систему «**глобальный маятник**» идентифицируем термином «**вертикальный маятник**» в соответствии с общепринятой в механике терминологией.

**Результат односвязно аналитического продолжения маятниковой двояко-асимптотической динамики (это и есть «вертикальный маятник») оказывается конструктивным, имеет квантовую (неклассическую) структуру и представляется набором упорядоченных и механически осмысленных специальных (УЭП-эквивариантных  $\Leftrightarrow \exp(\mathbb{S}^3)$ -инвариантных) вычетов вдоль (или - по *mod*) подкомплексов комплекса больших кругов сферы  $\mathbb{S}^3$  соответствующей коразмерности:**

- {Кинетическая энергия «вертикального маятника»} =

$$= Res_{s=0} \exp F = id \exp(\mathbb{S}^3(mod \mathbb{S}_{big}^1))$$

- {Потенциальная энергия «вертикального маятника»} =

$$= Res_{s=1} \exp F = id \exp(\mathbb{S}^3(mod \mathbb{S}_{big}^2))$$

- {Гамильтониан «вертикального маятника»}

$$= Res_{s=\frac{1}{2}} \exp F = id \exp(\mathbb{S}^3(mod \mathbb{S}_{big}^3)) = id \exp(\mathbb{S}^3).$$

**Парадоксальным образом, спектр колебаний «вертикального маятника» вокруг своего («вертикального») равновесия эквивалентен спектру УЭП. То есть,**

- «вертикальный маятник» и УЭП
- «вертикальный маятник» и «Модулярный волчок»

– эквивалентные гамильтоновы системы.

Наиболее же парадоксальным обстоятельством в рамках «аналитического продолжения в вертикальное равновесие» оказывается аргументированная (и численным образом также) интерпретация гамильтониана  $Res_{s=\frac{1}{2}} \exp F$  в виде дзета-модели постоянной Планка  $\hbar_{PI}$  (см. [9]).

**Замечание.** В рамках такой «сверхпарадоксальной» для классической механики интерпретации число  $\hbar_{PI}$  приобретает механический смысл «универсального  $\epsilon$ » - стандартного параметра классической теории возмущения гамильтоновых систем.

В частности, модельное число  $\hbar_{PI}$ , приобретающее «в контексте аналитического продолжения» операторно-значный смысл, можно интерпретировать как универсальный глобально аналитический потенциал эффектов хаотизации для УЭП из [5], включая классический эффект «расщепления сепаратрис» в фазовой динамике «слегка» аналитически возмущенного волчка Эйлера.

Такое парадоксальное, но конструктивное потенцирование динамического хаоса говорит о принципиальной некорректности (неэквивариантности) хаотической динамики в УЭП (см. также пп. 14-16).

Подводя промежуточный итог, отметим, что **фокус и тема данной работы, - именно про различные аспекты (3-1)-степенной эквивалентности (двойственности), затронутая и в данном пункте.**

### 3. Спектральная структура Модулярного волчка

**Тензор инерции Модулярного волчка** имеет вид диагональной матрицы  $3 \times 3$  из упорядоченных строго положительных вещественных чисел

$$I_{\text{Modular Top}} = \begin{pmatrix} Res_{s=0} \exp F & 0 & 0 \\ 0 & Res_{s=1} \exp F & 0 \\ 0 & 0 & Res_{s=\frac{1}{2}} \exp F \end{pmatrix}$$

**Точка закрепления Модулярного волчка является эквивариантно аналитически произвольной:** это означает, что вектор смещения  $\vec{c}_{\text{Modular Top}}$  является произвольным эквивариантно (глобально) аналитическим вектором.

Числа  $Res_{s=0} \exp F$ ,  $Res_{s=1} \exp F$ ,  $Res_{s=\frac{1}{2}} \exp F$

- имеют структуру корректно определенных Галуа-эквивариантных вычетов:

- $Res_{s=0} \exp F = \text{Trace}(\exp \rho_{\overline{\mathbb{Q}}})$
- $Res_{s=1} \exp F = \text{Det}(\exp \rho_{\overline{\mathbb{Q}}})$
- $Res_{s=\frac{1}{2}} \exp F = \text{Discr}(\exp \rho_{\overline{\mathbb{Q}}})$ ,

где

- $\rho_{\overline{\mathbb{Q}}} := [\text{Gal } \overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}, \text{Gal } \overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}] \rightarrow SO(3)$  – эквивариантное представление Галуа
- $\text{Gal } \overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}$  - абсолютная группа Галуа (см. [10] и пояснения, касающиеся ассоциированных с ней, «наглядных» геометрических моделей)

- имеют смысл полного набора спектральных данных «вертикального маятника» (дополнительный к приведенному выше); см. также п. 29, а также пп. 30-35:
  - $Res_{s=0} \exp F$  – амплитуда «вертикального маятника»
  - $Res_{s=1} \exp F$  – фаза автоколебаний «вертикального маятника»
  - $Res_{s=\frac{1}{2}} \exp F$  – частота автоколебаний «вертикального маятника»
- допускают динамическую размерную физическую (квантово-полевою) интерпретацию в виде фундаментальных физических констант (см. [9]).

В математическом контексте данные Модулярного волчка (парадоксальным образом) представляют

- данные «стандартного глобально аналитического 3d-шара» - стандартного 3d-шара с канонической эквивариантной аналитической топологией
- данные канонического глобального поворота канонического глобального 3d-шара.

**Ключевой верификацией корректности Модулярного волчка как общего решения УЭП** является каноническая связь его нульмерных (скалярных) спектральных параметров с такими же параметрами волчка Ковалевской  $Spec_{Kow}^{0d} = \{I = (A, A, 2A); \vec{c} \in \mathbb{R}^2(A, B(=A))\}$ , имеющая вид:

$$Spec_{Kow}^{0d} = Spec_{General\ Top}^{0d}(Ker(\exp \rho_{\overline{\mathbb{Q}}} \rightarrow \exp \rho_{\mathbb{Q}})),$$

где

$$\exp \rho_{\mathbb{Q}} := \exp \rho_{\overline{\mathbb{Q}}} |_{\mathbb{Q}} := \exp([Gal\ \mathbb{Q}, Gal\ \mathbb{Q}] \rightarrow SO(3)) -$$

каноническая аффинная проекция представления  $\exp \rho_{\overline{\mathbb{Q}}}$  (аналитического гомоморфного отображения).

Важно отметить, что геометрическим смыслом образов этих арифметических проекций представлений Галуа является каноническая координатизация аффинной проекции канонического прямолинейного потока

- на диагональном цикле канонически определенной (см. [1]) трехмерной бутылки Клейна  $Kl^3$  с выделенной инвариантной точкой
- на выделенной реберной медиане канонического сопровождающего УЭП-волчка правильного 2d-тетраэдра  $T^2$ , см. [2]).

При этом на данных на  $Kl^3$ -модели и на  $T^2$ -модели:

- $\exp \rho_{\overline{\mathbb{Q}}}$  моделируется замкнутой (периодической) динамикой (есть аналогия с динамикой на невырожденных гиперболических движениях на сепаратрисе волчка Эйлера)
- $\exp \rho_{\mathbb{Q}}$  моделируется аффинной (асимптотической к периодической) динамикой (есть аналогия с динамикой расслоения открытых частей этой сепаратрисы на двояко-асимптотические движения).

Другими словами, приведенные и далее приводимые в тексте, спектральные данные имеют естественную геометро-динамическую интерпретацию соответствующими модельными спектральными данными прямолинейного потока на трехмерной бутылке  $Kl^3$ , или на сопровождающем тетраэдре и ассоциированы с динамикой классических интегрируемых случаев УЭП.



В физическом релятивистском контексте **интерпретация Модулярного волчка** представляется в виде релятивистского тривиального волчка –

тривиального волчка ( $\text{Spec}_{\text{Trivial Top}}^{\text{od}} = \{I = (A, A, A); \vec{c} \in \mathbb{R}^3(A, B(=A), C(=A))\}$ ), центр масс которого движется со скоростью света  $c_{\text{light}}$  (в вакууме) в геометрическом евклидовом трехмерии  $\mathbb{E}^3$  с канонической односвязно аналитической топологией  $\mathbb{E}^3(\text{mod } \exp \rho_{\overline{\mathbb{Q}}})$ :

$$\text{Spec}_{\text{Trivial Top}(\text{mod } c_{\text{light}})}^{\text{od}} = \text{Spec}_{\text{Modular Top}(\text{mod } (\text{Ker}(\exp \rho_{\overline{\mathbb{Q}}} \rightarrow \rho_{\overline{\mathbb{Q}}}))}^{\text{od}},$$

В квантово-полевом контексте **физической интерпретацией Модулярного волчка** является:

- «Большой Взрыв» в выделенной пространственно-временной точке (геометрическом центре – «центре масс Модулярного волчка» (образно говоря)
- разрешение особенности (сингулярности) в выделенной точке пространственного трехмерия, имеющей аффинную структуру гравитационной ньютоновой особенности и, как показывают соответствующую модельные вычисления ([9]), планковский размер (строго говоря);

при этом:

общее решение УЭП, представляя канонический односвязно аналитический поворот в трехмерном евклидовом пространстве  $\mathbb{E}^3$  относительно его выделенного центра, анализирует («эквивариантно  $\delta$ -образно» разрешает, см. [1], [11], и также п.18) эту аффинно ньютонову особенность в точке закрепления.

#### 4. Модулярный волчок как производный тривиальный волчок

Модулярный волчок, являясь общим УЭП-волчком, вместе с тем, является «производным УЭП-анализированным тривиальным волчком».

Собственно «УЭП-непрерывизированный» тривиальный волчок (**глобальный тривиальный волчок**) обладает «менее гладкими» параметрами, чем параметры модулярного (общего) волчка. Напомним, что **классический тривиальный волчок – это волчок с шаровым тензором инерции и произвольной аффинной точкой закрепления**.

**Тензор инерции глобального тривиального волчка** имеет вид:

$$I_{\text{Trivat Top}} = \begin{pmatrix} \text{Res}_{s=0}F & 0 & 0 \\ 0 & \text{Res}_{s=1}F & 0 \\ 0 & 0 & \text{Res}_{s=\frac{1}{2}}F \end{pmatrix}$$

**Точка закрепления глобального тривиального волчка** является **эквивариантно непрерывно произвольной**: это означает, что вектор смещения точки закрепления общего волчка от его центра масс является произвольным **эквивариантно (глобально односвязным) непрерывным** вектором.

Числа  $\text{Res}_{s=0}F, \text{Res}_{s=1}F, \text{Res}_{s=\frac{1}{2}}F$

- допускают размерную кинематическую квантово-полевою физическую интерпретацию в виде нетривиальных парадоксальных моделей фундаментальных физических констант, ассоциированных с спектральной тетраэдральной моделью динамики «вертикального шара», ([9])
- имеют смысл полного набора спектральных данных «вертикального маятника»:

- $\text{Res}_{s=0}F$  – длина стержня вертикального маятника

- $Res_{s=1} F$  – жесткость стержня вертикального маятника
- $Res_{s=\frac{1}{2}} F$  – собственная частота вертикального маятника.

В математическом контексте данные глобального тривиального волчка (парадоксальным образом) представляют

- данные «стандартного глобально непрерывного 3d-шара» - стандартного геометрического 3d-шара с канонической эквивариантной непрерывной топологией
- данные канонического глобального геометрического 3d-шара.

В геометрическом релятивистском контексте интерпретация тривиального волчка представляется в виде релятивизированного стандартного геометрического шара  $B^3$  – шара  $B^3$ , геометрический центр которого движется со скоростью света  $c_{light}$  в геометрическом евклидовом трехмерии  $\mathbb{E}^3$  с канонической односвязно непрерывной топологией - пространстве  $\mathbb{E}^3 \pmod{\rho_{\mathbb{Q}}}$ :

$$Spec_{B^3 \pmod{c_{light}}}^{0d} = Spec_{Trivial Top}^{0d} (mod(Ker(exp \rho_{\mathbb{Q}} \rightarrow exp \rho_{\mathbb{Q}}))).$$

## 5. Модулярный волчок как универсальный – мотивный спектр динамики УЭП

Интегрируемые УЭП-волчки (интегрируемые случаи УЭП) над классическим аффинным временем  $t \in \mathbb{R}$  представляют:

- канонические аффинные циклы функции  $exp F = exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$
- канонические классы автовращения «вертикального шара» - типы стереографических проекций автовращательной динамики «вертикального шара» на касательные пространства в его нижней и верхней точках;

В этом контексте типы проектируемой динамики «вертикального шара» представляют ядра указанной проекции, имеющие УЭП-эквивариантную симметрию Галуа (ее вид см. в п. 13), представляют то, что можно интерпретировать *как мотивы классически (по Лиувиллю-Арнольду) интегрируемых волчков* (см. соответствующее сложное определение мотивов, см. например, в [10]).

В этом инвариантном смысле *Модулярный волчок (как фазовый поток) представляет эквивариантный мотив волчка Ковалевской – реализацию вложения его фазового потока в динамику «вертикального шара» (см. п. 6) или «вертикального маятника», обладающую структурой эквивариантного модуля Галуа:*

$$g_{УЭП}^{t \rightarrow \infty} \cong g_{Kow}^{t \rightarrow \infty} \cong Image(exp[Gal \bar{\mathbb{Q}}(t), Gal \bar{\mathbb{Q}}(t)] \rightarrow SO(3)) \cong SO_{an,eq}(3).$$

где указанный образ является функциональной односвязно аналитической специальной ортогональной УЭП-эквивариантной симметрией

$$SO_{an,eq}(3) \cong SO_{an,1-connected}(3).$$

В этом контексте вполне логично идентифицировать *модулярный волчок* как «*волчок Галуа-Ковалевской*», в рамках смысловой аналогии с [13] в контексте единого (т.е., модулярного) описания случаев интегрируемости Эйлера и Лагранжа для УЭП:

$$General Top_{EFE} := Modular Top \Leftrightarrow Galois - Kowalewskaya Top.$$

**Методологическое достижение нахождения общего дзета-функционального решения** в контексте эффекта точной разрешимости УЭП состоит в том, что функция общего решения - функция  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$ , имея очень компактный формульный вид, упаковывает в себя по сути всю огромную информацию по УЭП, созданную уже более чем за 250 лет.

Это является следствием того, что функция  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  на самом деле имеет глубоко нетривиальную трансцендентную аналитическую структуру и нетривиальную скрытую внутреннюю симметрию, представляя потенциал универсальной симметрии  $SO_{an,eq}(3)$  уравнений Эйлера-Пуассона, ассоциированной с простой исключительной алгеброй Ли  $e_8$ .

Точнее, данная симметрия реализует функциональное расширение  $e_8(\mathbb{Q}(t))$  классической алгебры  $e_8$  над эквивариантным мероморфным полем  $\mathbb{Q}(t)$  - полем дробно-рациональных функций (см. [2], п.13).

## **6. Дополнительная мотивация: потенциальная связь точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона с точной разрешимостью уравнений Навье-Стокса в контексте теории А.А. Мигдала**

Дополнительная мотивация вызвана недавним обнаружением А. А. Мигдалом «существенных следов **точной дзета-функциональной разрешимости**» уравнений **Навье-Стокса** ([3])).

В этом дзета-функциональном контексте данная работа также нацелена на сопоставительный анализ эффекта канонической точной специальной дзета-функциональной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона ([1], [2]) с результатами А. А. Мигдала (см. п. 45).

Потенциальный сопоставляющий анализ может использовать возможную аналогию между «диссипативной вязкой» динамикой жидкости, описываемой уравнениями Навье-Стокса, и «консервативным твердотельным» фазовым потоком уравнений Эйлера-Пуассона.

При этом, акцент начального сопоставительного анализа нацелен на обсуждаемый здесь параллелизм парадоксальных одностепенных редукций этих двух фундаментальных «многостепенных» механических динамических систем на соответствующие одностепенные динамические системы **с квантовой структурой**.

В этом контексте обсуждается динамическая одностепенная редукция уравнений Эйлера-Пуассона, основанная на эквивариантной функционально-арифметической симметрии Галуа со специальным дзета-функциональным потенциалом линеаризации исходных уравнений, аффинно нормализующей их на случай Ковалевской.

Фундаментальный физический смысл такой (3d-1d)-редукции смысл состоит в эквивалентности динамики **аффинно 3-степенных** УЭП динамике их фазовой диагонали в виде автоколебаний **глобально 1-степенного** «вертикального маятника» и его представлений в виде «тетраэдрального осциллятора» и «чисто мнимого осциллятора».

Потенциалом автоколебаний указанных маятниково-осцилляторных систем в приводимой далее **дзета-функциональной модели реального времени** является УЭП-эквивариантная  $\delta$ -функция (см. п. 21).

Она представляет УЭП-эквивариантное аналитическое продолжение  $\zeta_{eq}(s)$  альтернативной дзета-функции Римана  $\zeta(s)$  в  $s = \infty$ , то есть, является глобальным отображением (здесь и далее для краткости используется обозначение  $\zeta_{eq}(s)$ , формально не указывающее на

знакопеременность). Также отметим, что в монографии [1] внимание акцентируется именно на «чисто дзета-функциональной» эквивариантной структуре общего решения.

**Эквивариантная глобальная  $\delta$ -функция представляет кинетический момент «вертикального шара» - Модулярного (общего) УЭП-волчка – орбиты отображения вращательной автостабилизации массивного однородного шара, стоящего на своей нижней точке в поле классической плоско-параллельной гравитации.**

Нули эквивариантной знакопеременной дзета-функции  $\zeta_{eq}(s)$  реализуют спектральные данные уравнений Эйлера-Пуассона как периоды этих автоколебаний – канонические нульмерные циклы прямолинейного потока на 3d-бутылке Клейна (эти нули – упорядоченная орбита функционально-дискретного отображения эквивариантной двойственности между тривиальными и нетривиальными нулями эквивариантной – не знакопеременной, т.е., классической, дзета-функции).

Основной смысловой параллелизм с результатами А. А. Мигдала видится в спектральной дзета-функциональной структуре возникающих точных решений уравнений Эйлера-Пуассона и Навье-Стокса. При этом выделяется роль нетривиальных нулей дзета-функциональных решений.

**Для УЭП нетривиальные нули дзета-функционального общего решения играют роль канонического нульмерного спектра пространства эквивариантных (корректных, глобальных, физически размерных) угловых скоростей.**

## 7. Галуа-структура одностепенной редукции и интерпретации дзета-функционального общего решения УЭП

Как отмечалось, в этой работе делается акцент на нетривиальной динамически аффинно одностепенной, т.е. аффинно  $(1+1)$ -степенной, природе формально «динамически аффинно  $(6+1)$ -степенных» УЭП, как динамической системы, непосредственно влекущей ее «точную разрешимость». Далее предполагается, что фазовый поток УЭП определен над полем вещественных чисел  $\mathbb{R}$ , что соответствует «невозмущенной ситуации».

Эта редукция оказывается эквивалентной канонической нормализации УЭП и ее образом является новый класс специальных функций – канонических циклов экспоненты гипотетической эквивариантной специализации  $\zeta_{eq}(s)$  знакопеременной дзета-функции Римана  $\zeta(s)$  (см. [8]) в виде операторно-значной функции

$$\exp \zeta_{eq}(s) = \exp \zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)\right).$$

**Функция  $\zeta_{eq}(s)$  как оператор представляет каноническое отображение аналитической центральной симметрии в евклидовом трехмерии с топологически (непрерывно) односвязным образом** (см. [2], [14]), имеющее каноническую Галуа-структуру над (незамкнутым) полем дробно-рациональных функций  $\mathbb{Q}(t)$ :

$$\zeta_{eq}(s) = \text{Disriminant}([Gal \mathbb{Q}(t), Gal \mathbb{Q}(t)]) \xrightarrow{p} SO(3)),$$

где по дискриминантом понимается «квадрат детерминанта» указанного линейного функционального оператора.

При этом, уравнения Эйлера-Пуассона, имеющие инвариантную форму дифференциала  $\frac{d}{dt} \mathbf{g}_{УЭП}^{t \rightarrow \infty}$ , самым естественным образом связаны с указанным инвариантным представлением функции  $\zeta_{eq}(s)$  как его корректно определенный аффинный дифференциал:

$$\frac{d}{dt} g_{\text{УЭП}}^{t \rightarrow \infty} = d(\exp \rho)$$

Эквивариантность специализации классической дзета-функции  $\zeta(s)$  означает *когомологическую односвязность* в образе отображения специализации (далее – просто «односвязность») в контексте гипотетического равенства

$$\zeta(s) = \zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}^{\otimes(n \rightarrow \infty)}(q)\right),$$

где функция в правой части представляет (аргументированно гипотетическую) специальную нормализацию на нули собственно исходной классической дзета-функции Римана  $\zeta(s)$  (см. [14]).

**Гипотеза.** Дзета-функция  $\zeta(s)$ , как оператор, представляет каноническое отображение аналитической центральной симметрии в евклидовом трехмерии (см. также [2 ], [14]) и имеет инвариантную «ортогональную» структуру:

$$\zeta(s) = \text{Trace}([Gal \mathbb{Q}(t), Gal \mathbb{Q}(t)]^{\otimes(n \rightarrow \infty)} \rightarrow SO(3)),$$

где  $[Gal \mathbb{Q}(t), Gal \mathbb{Q}(t)]^{\otimes(n \rightarrow \infty)}$  – отображение бесконечного итерирования коммутанта группы Галуа (незамкнутого) поля дробно-рациональных функций  $\mathbb{Q}(t)$ .

## 8. Инвариантная эволюционная форма дзета-функционального общего решения УЭП

Как отмечалось выше, исходные уравнения Эйлера-Пуассона парадоксальным образом обладают канонической нормализацией на их частный случай – уравнения волчка Ковалевской. При этой нормализации, по сути представляющей преобразования Ковалевской ([15]), классический гамильтониан, обозначаемый  $H_{\text{УЭП}}$ , переходит в знаменитый дополнительный интеграл Ковалевской, обозначаемый  $F_{\text{Ков}}$ .

Математически оказывается корректным физическое описание фазового потока  $g_{\text{УЭП}}^t$  уравнений Эйлера-Пуассона как отображения с потенциалом  $H_{\text{УЭП}}$  аффинной (локальной) эволюции в виде отображения глобальной (эквивариантно компактифицированной) эволюции, представляющей эквивариантную аналитизацию фазового потока частного случая интегрируемости Ковалевской:

$$g_{H_{\text{УЭП}}}^t = \exp(itF_{\text{Ков}}).$$

Тогда *одностепенная редукция для УЭП приобретает вид эквивариантного соответствия*

$$\text{«оператор эволюции базовых переменных УЭП: } \exp(itF_{\text{Ков}})\text{»}$$

↕

$$\text{«функция линейно упорядоченного (в стэк) поттраекторного сдвига вдоль фазовых траекторий УЭП: } \exp \zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)\right)\text{»}$$

↕

$$\text{«каноническое аналитическое время для УЭП»}$$

Фундаментальным физическим смыслом этого соответствия является УЭП-специализация хорошо известного в физике (в частности, в статистических моделях термодинамики) соответствия

$\{\text{полная энергия УЭП}\} \leftrightarrow \{\text{УЭП-модель реального времени}\}.$

Соответствующая формула имеет вид:

$$g_{\text{УЭП}}^t = \exp(itF_{\text{Ков}}) = \exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)).$$

## 9. Функционально-арифметическая структура спектра общего решения УЭП

Можно корректно определить *циклы функции*  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  как циклы соответствующего аналитического отображения УЭП-эквивариантной аналитической связности с канонической центрально-симметричной (точнее – суперсимметричной) структурой (см. п. 26)

$$SO_{an,eq}(3) \cong Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3}.$$

Оказывается, что эти циклы *имеют структуру экспонент от специальных арифметических L-функций и, в частности, арифметических дзета-функций.*

*Эти функции с существенно арифметико-функциональной структурой (структурой эквивариантных обобщенных функций) представляют пространство собственных функций этого оператора, или его полный одномерный спектр.*

При этом канонические циклы операторно-значной функции  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  находятся во взаимоднозначном соответствии со множеством алгебраически нетривиальной структуры - классами изогенности эллиптических кривых  $E/\mathbb{Q}$  с рациональными коэффициентами.

Здесь еще раз подчеркнем, что пространство эллиптических кривых  $E/\mathbb{Q}$  представляет корректное (эквивариантное) фазовое пространство УЭП, что говорит о его неклассической, функционально-арифметической структуре.

Основной неклассической чертой этих L-функциональных циклов является их дельта-образная структура: они определены только на генерирующем фазовый поток УЭП динамическом (неавтономном) одномерном спектре.

Геометрической моделью такого генерирующего одномерного спектра фазовой динамики УЭП является окружность с аффинно аналитической (и глобально непрерывной) параметризацией  $\zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$ .

Такая спектральная окружность  $\mathbb{S}_{\text{ресуэп}}^1$  представляет (парадоксальным образом)

- *фазовое пространство вертикального равновесия классического математического маятника (физически реализуемого в аффинно трехмерном конфигурационном пространстве)*
- *орбиту канонического прямолинейного потока на канонической трехмерной бутылке Клейна (см. [1]).*

Спектральная окружность  $\mathbb{S}_{\text{ресуэп}}^1$  реализует

- *свободный большой круг на трехмерной сфере  $\mathbb{S}^3$  с канонической локсодромической параметризацией (существующей только в трехмерии) сферы  $\mathbb{S}^3$ , то есть, рассмотренный как корректно определенное каноническое собственное сечение (также корректно определенного) глобального изоморфизма ее касательного и кокасательного пространств (расслоений)*

- свободную фазовую траекторию анализированного волчка Ковалевской; указанной локсодромической параметризации с механической точки зрения соответствует параметризация эйлеровым углом нутации группы  $SO(3)$ -корректной диагонали между эйлеровым углом собственного вращения и эйлеровым углом прецессии.

## 10. Естественность, каноничность и фундаментальность точной разрешимости УЭП

*По сути, уравнения Эйлера-Пуассона определяют функцию  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  и ее спектральную структуру в виде экспонент специальных дзета-функций и, соответственно, их спектральных данных.*

*Фазовый поток УЭП представляет канонический аналитический поворот в трехмерном евклидовом пространстве  $\mathbb{E}^3$  относительно его выделенного центра.*

*Уравнения Эйлера-Пуассона*

- представляют дифференциал групповой функциональной симметрии  $SO_{an,eq}(3)$
- симметрия  $SO_{an,eq}(3)$  обладает скрытой Галуа-структурой, приводящей ее к нормальной форме в виде центральной симметрии  $Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  (см. [2]),
- функция  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  – дискриминант функциональной операторно-значной симметрии  $Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$ .

**Замечание.** *Функцию  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  «подставляет в УЭП» именно эта скрытая групповая структура в пропущенной классикой центральной симметрии  $Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$ .*

*Замечательным образом, это дает инвариантную интерпретацию «мистических» преобразованиям Ковалевской:*

*отображение фазового потока случая Ковалевской оказывается эквивалентным симметрии  $Z_{0,an}^{\mathbb{E}^3}$  и представляет каноническую нормальную форму УЭП.*

*Поэтому функция  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  является потенциалом эквивариантной склейки знаков тета-квадратур решения случая Ковалевской, собственно имеющих крайне нетривиальную структуру.*

*Геометрическая евклидова интерпретация функции  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  вполне естественна: функция  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  является потенциалом отображения канонического универсального аналитического вращения вокруг выделенной точки в трехмерном евклидовом пространстве  $\mathbb{E}^3$ .*

*Такая аналитическая вращательная изометрия определяет глобальную аналитическую сферическую трехмерную тригонометрию.*

*Эта глобальная 3d-тригонометрия является канонической в следующем смысле:*

*« $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$ -тригонометрия» (или « $\exp \zeta_{eq}(s)$ -тригонометрия») аналитически монодромно транзитивно «вращает» трехмерную сферу  $\mathbb{S}^3$  саму по себе, полностью аналогично  $e^{it}(\mathbb{S}^1)$ -модели классической школьной тригонометрии.*

Принципиально важно, что « $\zeta_{eq}(s)$ -тригонометрия» («глобально непрерывная тригонометрия»)

- не имеет особенностей (в классическом тригонометрическом описании кинематики твердого тела, например, есть особенности углов Эйлера), **корректируя классическую сферическую тригонометрию на глобально непрерывный класс гладкости**, пропускаемый в «сферической тригонометрической классике»
- является геометрией УЭП-эквивариантной кинематики, представляющей функциональный идеал динамики УЭП в виде в физического свойства «адиабатичности».

**Механической реализацией такого эквивариантного функционального идеала** («адиабатического идеала») являются эквивалентные динамические системы

- «равновесный вертикальный шар» - однородный массивный 3d-шар, равновесно стоящий на нижней неподвижной точке в классическом плоско-параллельном поле тяжести
- глобально односвязно непрерывизированный тривиальный волчок.

**Эти динамические системы в физическом контексте приобретают смысл «канонического калибровочного волчка» (по аналогии с калибровочной элементарной частицей – бозоном Хиггса).**

**Механическим смыслом точного общего решения УЭП является автоуправление «вертикальным шаром», реализующее его нахождение**

- в «сверхнеустойчивом» вертикальном равновесии над классическим аффинным (локальным) временем
- в «сверхустойчивом» вертикальном равновесии над аналитически обратимым (гипотетически реальным) временем.

**Канонические циклы этого решения представляют полный набор интегрируемых случаев УЭП, как общих, так и частных, что принципиально важно и ранее не выявлялось.**

**Данные циклы могут быть проинтерпретированы как «циклы эквивариантной дзета-функции Римана».**

**При этом фазовая динамика 3-степенного «вертикального шара» оказывается эквивалентной динамике 1-степенного «вертикального маятника» - корректно определенного многозначного аналитического продолжения фазовой динамики классического математического маятника в бесконечность его формального аффинного времени  $t = \infty$ .**

**В рамках этой редукции получается красивая фундаментальная 1-степенная интерпретация исходных уравнений Эйлера-Пуассона – это уравнения автоколебаний «вертикального маятника».**

**Основой этой (3-1)-редукции является эквивалентность 3-степенной и 1-степенной реализаций скрытой инволюции обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона: фазовый поток «вертикального маятника» представляет «локсодромическое» действие (одномерной) окружности на трехмерной сфере  $S^3$  и, соответственно, – на группе  $SO(3)$  – конфигурационном пространстве УЭП и это – УЭП-эквивариантное транзитивное Галуа-групповое (т.е. Галуа-разрешимое) действие.**



«Скрытость» инволюции обратимости геометрически соответствует тому, что эта «локсодромическая окружность» реализуется каноническим циклом канонической трехмерной бутылки Клейна.

Принципиальным моментом является тот факт, что отображение «транзитивного локсодромического действия окружности» на трехмерной сфере определяет эквивариантную скобку Пуассона в фазовом пространстве УЭП, имеющую вид нетривиальной коррекции тождества Якоби для алгебр Ли (вместо нуля в правой части стоит  $\frac{i}{2}$ ).

Вместе с тем, важно отметить, что скрытая локсодромическая симметрия сферы  $S^3$

- имеет нетривиальную дискретно-непрерывную (функционально-арифметическую) топологию – топологию кольца аделей на поле дробно-рациональных функций (см. [1]), представляющую «пеановское» вложение стандартного единичного отрезка в вертикальный диаметр «вертикального шара»
- имеет естественную механическую реализацию динамикой канонического сопровождающего УЭП-волчка тетраэдра; эта реализация создает благоприятную «верификационную основу».

При этом

- **уравнения Эйлера-Пуассона после перенормировки на «локсодромическую  $S^3$ -симметрию» имеют каноническую аффинную нормальную форму – уравнения случая Ковалевской; преобразования перенормировки – «мистические преобразования» Ковалевской**
- УЭП-анализированная фазовая динамика волчка Ковалевской эквивалентна автоколебаниям «вертикального маятника» (и соответственно – эквивалентна динамике УЭП)
- **автоколебания «вертикального маятника» представляют механическую реализацию канонической теории Галуа для УЭП.**

Соответствие параметров динамики «вертикального маятника» с классическими интегрируемыми случаями таково:

- каноническая фаза автоколебаний «вертикального маятника» эквивалентна фазовой динамике волчка Лагранжа
- каноническая амплитуда автоколебаний «вертикального маятника» эквивалентна фазовой динамике волчка Эйлера
- **собственные моды автоколебаний «вертикального маятника» эквивалентны фазовой динамике частных случаев интегрируемости УЭП (это совершенно принципиальная интерпретация в силу отсутствия на текущий момент понимания роли, места и структуры множества частных случаев интегрируемости).**

В этих рамках классическая УЭП-динамика оказывается лишь асимптотически (при  $t \rightarrow \infty$ ) консервативной, а не полноценно (эквивариантно) консервативной, что, с нашей точки зрения, подтверждается теперь и экспериментально ([16])). Классическую консервативность можно назвать «аффинной консервативностью».

Эквивариантная динамика УЭП оказывается вообще полностью периодической, в частности, «квазипериодической КАМ-динамики» просто нет, что, безусловно, крайне неожиданно в контексте общепризнанной на сегодняшний день КАМ-теории и классической

теоремы Лиувилля-Арнольда ([12]). Эта компактность фазовых траекторий УЭП кардинально меняет картину классического описания динамики УЭП (см. пп. 14-16).

Адиабатическая перенормировка приводит к принципиальной коррекции классических моделей реальной физической динамики консервативных волчков. Это проявляется, например, при выявлении принципиально новых динамических структур («ось Галуа», [13], [17]) в описании широко известного эффекта Джанибекова.

Фазовая динамика и общее решение УЭП имеют совершенно естественные модели и связи с классическим рассмотрением:

- **уравнения случая Ковалевской для УЭП являются аффинной нормальной формой УЭП ([1], [2])**
- **УЭП имеет канонический аффинный гамильтониан – инвариант (дополнительный интеграл) Ковалевской, представляющий каноническое аффинно аналитическое продолжение классического гамильтониана УЭП при  $t \rightarrow \infty$**
- классический гамильтониан УЭП представляет каноническую аффинную функциональную карту на интеграле Ковалевской (и следовательно, – **это лишь эквивариантно асимптотический инвариант, т.е. это эквивариантно неконсервативный инвариант, что крайне неожиданно с классической точки зрения**); экспериментальные результаты исследований из [16] можно рассматривать как подтверждение этого утверждения
- **интеграл Ковалевской:**
  - **имеет красивую каноническую геометрическую интерпретацию: он является аффинным гамильтонианом канонического качения геометрической точки по стандартной трехмерной сфере  $\mathbb{S}^3$  по инерции (эквивариантной инерции (!)) и определяет эквивариантную аналитическую структуру на ней (эквивариантная интерпретация в обратимом времени)**
  - **при этом, он не имеет геометрической интерпретации (неэквивариантная ситуация в классическом аффинном времени).**

## 11. Геометрия и анализ точно разрешимой фазовой динамики УЭП

Итак, имеется модель фазовой динамики УЭП в виде фазовой динамики «вертикального шара».

Фазовая динамика «вертикального шара» представляет каноническое эквивариантное экспоненциальное самоподобие (односвязную глобальную экспоненту) сферы  $\mathbb{S}^3$ , определенное на ее канонической локсодромической (диагональной) структуре. Оно определяет эквивариантную аналитическую структуру на сфере  $\mathbb{S}^3$ .

**Принципиально важно отметить, что такая «глобальная сферическая экспонента» корректно определена только для случая трехмерной сферы (см. [1], [2], [18]).**

Геометрическая и комбинаторная нетривиальность **эквивариантной экспоненты сферы  $\mathbb{S}^3$**  состоит в том, что **ее генератором является отображение «платоновой двойственности» между трехмерными додекаэдром и икосаэдром**. И удивительно, что **ее аффинным потенциалом оказывается интеграл Ковалевской** – закон сохранения для классической механической системы, описываемой дифференциальным уравнением второго порядка.

**Общее дзета-функциональное решение УЭП представляет разложение аффинно нормализованного гамильтониана – интеграла Ковалевской - в экспоненту от ряда эквивариантной (когомологически односвязной) дзета-функции Римана.**

Это спектральное разложение представляет *глобальный эквивариантный одномерный анализ Фурье*:

- *аналитически*: он имеет смысл «эквивариантной перенормировки тройного ряда Фурье», описывающего динамику УЭП в трех аналитических углах Эйлера – как и должно быть по механическому смыслу
- *данный эквивариантный (глобальный) ряд Фурье является*
  - *разложением канонической 3-периодической функции с тремя чисто мнимыми периодами (это глобальная 3-периодичность)*
  - *координатизацией канонического общего качения трехмерной сферы  $S^3$  по трехмерному евклидову пространству  $E^3$  (эквивариантная универсальная интерпретация Пуансо)*
- *геометрически*: представляет каноническую координатизацию канонической глобальной сферы  $S^3$ , реализованной как корректно определенная каноническая односвязная аналитическая коррекция классического расслоения Хопфа сферы  $S^3$  со структурой функционального CW-комплекса.

## 12. Связь точной разрешимости УЭП с гипотезой Римана в контексте эквивариантной теории Галуа и трехмерного гармонического анализа

Важно подчеркнуть, что сфера  $S^3$  с канонической глобальной параметризацией потоком локсодромических больших кругов – это и есть риманова поверхность общего решения УЭП с дзета-функциональной комплексной структурой.

*Реализация сферы  $S^3$  как римановой поверхности такой эквивариантной специализации дзета-функции Римана («дзеты») дает подход к пониманию физического смысла гипотезы Римана об упорядоченной структуре ее нетривиальных нулей в духе общей идеи Гильберта возможности физической интерпретации «дзеты».*

Указанная глобальная (локсодромическая) топологически односвязная аналитическая параметризация сферы  $S^3$  реализуется каноническим прямолинейным потоком на канонической трехмерной бутылке Клейна с выделенной точкой.

Гамильтонова динамика качения геометрической точки по сфере  $S^3$  по инерции разрешима в смысле естественного аналога классической теории Галуа.

Таковой теорией оказывается *эквивариантная функциональная теория Галуа* – эквивариантная теория модулярной параметризации Э. Уайлса эллиптических кривых с рациональными коэффициентами (можно сказать, что она строится как теория Галуа для классических диофантовых уравнений).

*В контексте этой сложной, очень синтетической, теории канонические большие круги (как глобальные многообразия) на сфере  $S^3$  имеют канонические аффинные уравнения в виде приведенных кривых Фрея.*

Ключевым «диофантовым моментом» является то, что эти специальные эллиптические кривые структурно тривиализуются (редуцируются на «минимальный случай»). Редуцированные «минимальные» кривые Фрея, как абелевы многообразия, в качестве своих дивизоров имеют в точности решения Большой Теоремы Ферма.

Евклидова «динамически визуализирующая» модель «минимального случая» ассоциирована с УЭП-динамикой:

- непрерывно глобализованные (в смысле п.2) «минимальные кривые Фрея» в точности представляют канонический динамический сопровождающий тетраэдр для УЭП-волчков
- вершины этого тетраэдра являются элементами группы собственной симметрии решений уравнения Большой Теоремы Ферма (см. соответствующий «диофантов кусок» работы [18]).

**Качение геометрической точки по сфере  $\mathbb{S}^3$  по инерции - аналитическая натуральная система, с виду совершенно классическая, парадоксальным образом оказывается квантовой** в силу арифметико-функциональной структуры этой эквивариантной теории Галуа, имеющей интерпретации:

- функциональной теории Галуа на пространстве больших кругов на сфере  $\mathbb{S}^3$
- отображения канонического функционального прямолинейного потока на якобиане УЭП – каноническом прямолинейном потоке на трехмерной бутылке Клейна с выделенной точкой (соответствующей точке закрепления общего волчка – волчка Ковалевской).

**Все это позволяет интерпретировать аналитическую теорию возмущений УЭП также, как канонический трехмерный гармонический анализ** (канонический односвязный 3d-аналог классического 1d-анализа Фурье), что открывает широкую дорогу для разнообразных приложений.

### **13. Эффект точной дзета-функциональной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона как «эффект скрытой глобальной одностепенной аналитичности» их фазового потока**

Можно сказать, что эффект точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона (далее УЭП) в новом классе специальных аналитических функций (экспонент специальных арифметических дзета-функций) возникает из-за парадоксальной редукции классических  $(3+3+1)$ -степеней свободы УЭП на одну (формально аффинную, но эквивариантно – глобальную) степень свободы.

Подчеркнем, что этот эффект принципиально не допускается классической КАМ-теорией (см. п.14).

Фундаментальной основой обсуждаемой аффинно одностепенной редукции УЭП является то, что общее решение УЭП представляет координаты на инволюции  $\mathbb{Z}_2^{\text{УЭП}}(t)$  – фундаментальной скрытой симметрии УЭП.

Базовый результат состоит в том, что общее решение УЭП представляет каноническую эквивариантную аналитическую структуру (связность)  $SO_{an,eq}(3)$  на группе  $SO(3)$ , имеющую глобальную экспоненциальную структуру.

**Собственно сами уравнения Эйлера-Пуассона являются аффинным дифференциалом этой аналитической  $SO_{an,eq}(3)$ -связности.**

При этом функция  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  представляет потенциал

- эквивариантной аналитической структуры  $SO_{an,eq}(3)$ , имеющей структуру лиевской симметрии
- эквивариантной аналитической центральной симметрии в евклидовом трехмерии  $\mathbb{E}^3$
- канонического центрально-подобного вращения в  $\mathbb{E}^3$ .

Алгебраической основой одностепенной редукции УЭП является одномерность системы корней симметрии  $SO_{an,eq}(3)$  однозначно ее определяет и обладает групповым линейным упорядочением (т.е., одномерна).

Опишем эквивариантную лиевскую структуру симметрии  $SO_{an,eq}(3)$ .

Данные симметрии  $SO_{an,eq}(3)$  – это данные изоморфизма  $I$  двойственности Ли

$$SO_{an,eq}(3) \cong \{e_8(\mathbb{Q}(t)) \xleftrightarrow{I} E_8(\mathbb{Q}(t))\}$$

Между простыми исключительными лиевскими симметриями максимального ранга – алгеброй  $e_8$  и соответствующей ей группой  $E_8$ , определенными над полем дробно-рациональных функций  $\mathbb{Q}(t)$ .

**Геометрической интерпретацией изоморфизма  $I$  является канонический прямолинейный поток на трехмерной бутылке Клейна.**

Этот, в итоге, линеаризующий УЭП, поток может быть задан соотношением

$$\{F, \{G, H\}\} + \{G, \{H, F\}\} + \{H, \{G, F\}\} = \frac{i}{2},$$

где  $\{, \}$  - стандартная скобка Пуассона в  $\mathbb{R}^6$ . Данное соотношение

- определяет эквивариантную глобальную скобку Пуассона для УЭП в виде эквивариантного аналога тождества Якоби
- является соотношением, определяющим
  - свободный локсодромический большой круг на  $3d$ -сфере  $S^3$
  - локсодромическое (аффинно плоское) функциональное расширение категории классических алгебр Ли
- индуцирует глобальное аналитическое функциональное расширение (анализацию) категории классических алгебр Ли
- является условием, определяющим глобальную двойственность Ли между алгебрами и группами Ли.

Ключевым алгебраически конструктивным эффектом, лежащим в основе одностепенной редукции - «редукции на двойственность  $I$ » - является скрытая эквивариантная Галуа-структура эквивариантной (односвязно аналитической) группы  $SO_{an}(3)$

$$\begin{aligned} Image \exp I &\cong (\exp[Gal \bar{\mathbb{Q}}(t), Gal \bar{\mathbb{Q}}(t)]) \rightarrow SO(3) \cong \\ &\cong Image (Gal_{an,eq} \bar{\mathbb{Q}}(t) \rightarrow SO(3)) \cong SO_{an,eq}(3). \end{aligned}$$

Соответствующее генераторное представление имеет вид:

$$Gener \exp I \cong Frob_{an,eq} \cong \exp Frob_{p=\infty} \cong Generator SO_{an,eq}(3),$$

где  $Frob_{an,eq}$  – эквивариантная (односвязная) аналитизация отображение Фробениуса  $Frob_p$  (она корректно определена посредством эквивариантной нормировки  $t \rightarrow t/\mathbb{Z}_2^{y_{\text{ЭП}}}(t)$ ), имеющее смысл канонической области определения функциональной аналитической группы Галуа  $Gal_{an,eq} \bar{\mathbb{Q}}(t)$ ; отображение  $Frob_{an,eq}$  Фробениуса имеет геометрическую реализацию отображения канонической односвязно аналитической гомотетии сферы  $S^3$ .

Указанное ортогональное представление изоморфизма  $I$  и дает инвариантную форму одностепенной редукции

$$SO_{an,eq}(3) \cong \exp I \cong \text{Generator } SO_{an,eq}(3)$$

в виде  $SO(3)$ -представления аналитической трехмерной экспоненты имеющей структуру корректно определенного глобального экспоненциального отображения  $\exp \mathbb{S}^3$  (здесь – в его ортогональной реализации), см. [2].

Аналитическим представлением этого симметричного представления одностепенной редукции является функциональное уравнение для дзета-функционального общего решения УЭП, представляющего эквивариантную (односвязную) специализацию дзета-функции Римана.

Ключевой (механической) интерпретацией изоморфизма  $I$  эквивариантной двойственности являются эквивалентные парадоксальные механические системы

- равновесный «вертикальный шар» (п.6)
- «равновесие вертикального маятника» - фазовый поток классического маятника в его строго вертикальном равновесии (п.2).

Также важно отметить, что **такая Галуа-нормировка является и ключевой физической интерпретацией эквивариантной функциональной теории Галуа.**

Для изоморфизма  $I$  также имеются следующие интерпретации:

- скрытая симметрия сопровождающего тетраэдра (каноническая адиабатическая, непрерывная симметрия для УЭП)
- глобальное сечение упорядоченного глобального изоморфизма  $T\mathbb{S}^3 \cong N\mathbb{S}^3$  касательного и нормального расслоений сферы  $\mathbb{S}^3$
- фазовый поток тривиального волчка (волчка с тривиальным тензором инерции и произвольной точкой закрепления)
- каноническая параметризация универсальной эллиптической кривой над  $\mathbb{Q}$ .

#### 14. Принципиальная некорректность классики в контексте классической редукции уравнений Эйлера-Пуассона

Важно подчеркнуть, что алгебраическая простота аналитической функциональной группы симметрии фазового потока УЭП

$$SO_{an,eq}(3) \cong Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$$

**и, соответственно, вытекающая из нее нередуцируемость симметрии  $SO_{an,eq}(3)$ , нарушается и классическом рассмотрении прямо с первых шагов построения классической теории возмущений для УЭП при некорректной редукции по одномерной вращательной симметрии классического плоско-параллельного поля гравитации, представляющей аффинное нетерово действие стандартной окружности (см. [6]):**

- область значений и область определения этой нетеровой симметрии *некомпактны*, ее действие в фазовом пространстве УЭП - **нетранзитивно**
- вместе с тем, область значений и область определения инволюции  $\mathbb{Z}_2^{\text{УЭП}}(t)$  обратимости по времени – **компактна**, ее действие в фазовом пространстве – **транзитивно**.

Эта фундаментальная ошибка «реализации очевидной аффинной нетеровой редукции» (и ошибка «соответствующе очевидного» утверждения «о переопределенности УЭП»), см. [6], влечет фундаментально неверные выводы о динамике УЭП, в частности, выводы о практически тотальной хаотической структуре динамики фазового пространства УЭП.

*К глубокому сожалению (вероятно, не только автора), возникающая **фундаментальная некорректность классики совершенно принципиально негативно повлияла и продолжает доминантно влиять** на многие отрасли науки и техники (см. [1]).*

*Примечательно, что аналогичная акцентировка начала совершенно независимо отмечаться и в контексте уравнений Навье-Стокса ([3]). Вряд ли такие результаты серьезного много(десяти)летнего исследования, получившего в последние годы дополнительную экспериментальную верификацию, можно отнести к случайности.*

*Сразу отметим, что эквивариантным (т.е. корректным) аналогом «очевидной аффинной нетеровой редукции» является перенормировка фазового пространства и, соответственно, фазового потока УЭП, на локсодромическую – эквивариантную (глобальную) – нетерову симметрию» действия окружности на трехмерной сфере  $S^3$ .*

*Данная «глобальная эквивариантная нетерова симметрия»*

- реализуется каноническим прямолинейным потоком на 3d-бутылке Клейна  $Kl^3$
- имеет реализацию в виде канонического неприводимого транзитивно действия окружности сфере  $S^3$ , имеющего (что крайне некомфортно для классики) неклассическую эквивариантную адельную топологию над полем дробно-рациональных функций (см. [1], [2]).

*«Очевидная классическая аффинная нетерова редукция», в частности,*

- разрушает сопровождающий УЭП-волчки тетраэдр (аффинно трехстепенной) и, соответственно,
- исключает тривиальный волчок (а это фундаментальное решение УЭП, см. [1], [2]) из области определения УЭП
- исключает точки закрепления УЭП-волчков из области определения УЭП.

*То есть, классическая «очевидная классическая редукция» исключает собственно, сами УЭП-волчки из классически редуцированной области определения.*

*Поэтому дальнейший анализ методами классической теории Пуанкаре и Пуанкаре-Козлова (см. [4] - [6]) не имеет отношения собственно к объекту исследования (это можно назвать «аффинной катастрофой» в гамильтоновой механике – по аналогии с «ультрафиолетовой катастрофой» в квантовой теории поля).*

*Отметим, что классические УЭП-волчки физические динамические системы восстанавливаются при реализации эквивариантной склейки знаков  $\pm$  перед квадратурами классических решений УЭП отображением инволюции  $\mathbb{Z}_2^{УЭП}(t)$ :*

*УЭП-волчки собственно и являются орбитой этого отображения  $\mathbb{Z}_2^{УЭП}(t)$ -склейки, содержащей точку  $t = \infty$ , отсутствующую в области определения «классики».*

*Глобальная аналитичность и простота аналитической группы  $SO_{an}(3)$  индуцированы скрытой симметрией  $\mathbb{Z}_2^{УЭП}(t)$  обратимости по времени УЭП.*

*Поэтому именно симметрия  $\mathbb{Z}_2^{УЭП}(t)$  индуцирует конструктивную жесткую («фазово твердотельную») структуру фазового пространства УЭП, «поглощающую классическую теорию возмущений» («аффинно мягкую»):*

- «классика» остается в ядре  $\mathbb{Z}_2^{УЭП}(t)$ -эквивариантного отображения ее же аналитического продолжения в  $t = \infty$ , то есть, аннигилирует как объект

- *классический хаос и аналитические препятствия к интегрируемости («вековые множества Пуанкаре-Козлова») потенцируются эквивариантной  $\delta$ -функцией, представляющей общее дзета-функциональное решение УЭП.*

Эквивариантная ( $\mathbb{Z}_2^{\text{УЭП}}(t)$ -эквивариантная) коррекция «классики» имеет «фазово жесткую» («фазово твердотельную») структуру, в отличие от самой «классики», имеющую структуру аффинных (мягких) деформаций (см. [18], [19]):

- *эквивариантная динамика УЭП является полностью периодической, периодичность индуцирует групповая фактор-структура, индуцированная инволюцией  $\mathbb{Z}_2^{\text{УЭП}}(t)$  обратимости по времени УЭП, транзитивно действующая в фазовом пространстве УЭП и представляющая локсодромическое действие окружности на сферы  $\mathbb{S}^3$ ;*

*при этом, все классические объекты и конструкции классических версий теории возмущений являются аффинными данными, лежащими в ядре «очевидной редукции» на этом компактом периодическом отображении (начиная с гамильтониана УЭП); частности,*

- *нет «квазипериодической КАМ-динамики» (что аннулирует КАМ-теорию, сформулированную в [20])*
- *нет торов Лиувилля-Арнольда*
- *нет КАМ-торов и, соответственно, нет классической КАМ-теории*
- *нет экспоненциального разбегания траекторий при «малом варьировании» начальных условий (и нет этого «малого варьирования»)*
- *нет «вековых множеств Пуанкаре-Козлова» (они потенцируются посредством интеграла Ковалевской)*
- *некорректна сама формулировка утверждение В.В. Козлова о несуществовании дополнительного интеграла УЭП, аналитического по малому параметру (т.к. нет самого «малого параметра», т.к. само понятие «малости» не является  $\mathbb{Z}_2^{\text{УЭП}}(t)$ -эквивариантным; соответственно нет понятия «интеграла в малой окрестности некоторого выделенного интеграла)*
- *неверен результат о несуществовании нового алгебраического интеграла УЭП в контексте классической теории возмущений (на базе волчка Эйлера): он есть – это инвариант Ковалевской  $|(\omega_1 + i\omega_2)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2)|^2$*
- *неверно общепринятое утверждение о несуществовании нового (дополнительного) интеграла УЭП: он есть – это инвариант*

$$|(\omega_1 + i\omega_2)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2)|,$$

*представляющий аффинную реализацию (проекцию)*

- *канонической глобальной метрики на стандартной 3d-сфере  $\mathbb{S}^3$*
- *глобальной функции Морса*
  - ✓ *на глобализирующей односвязной аналитизации кокасательного расслоения  $T^*SO(3)$*
  - ✓ *на глобализирующей односвязной аналитизации группы  $SO(3)$*
- *гамильтониана математического маятника в вертикальном равновесии*
- *гамильтониана глобального тривиального волчка*
  - *являющимся  $\mathbb{Z}_2^{\text{УЭП}}(t)$ -эквивариантной производной для интеграла Ковалевской, см. п. 4;*



- являющимся аффинно функционально независимым с интегралом Ковалевской, поскольку он аффинно (над  $t \in \mathbb{R}$ ) негладок как функция «модуля».
- фазовый поток УЭП имеет нетривиальную детерминированную структуру в виде специального конечно-порожденного модуля Галуа
- фазовый поток УЭП имеет соответствующее параметрам этого модуля Галуа *конечное допустимое число значений параметров УЭП* (конечность спектра и, соответственно, множества интегрируемых случаев).

Такая конструктивная алгебраическая структура полностью «запрещает» классический хаос:

**Все фазовые состояния УЭП пропорциональны алгебраически конструктивной самодвойственности (канонической экспоненте) УЭП-сопровождающего тетраэдра.**

**Это определяет свойство «фазовой жесткости» фазового потока УЭП.**

**«Фазовая жесткость» УЭП влечет дискретную структуру фазового пространства УЭП, в частности, дискретность множества начальных данных.**

В этом «эквивариантном периодическом контексте» «классика наглядно механически» некорректна: точки УЭП-волчков *вращаются по окружностям вокруг точек закрепления* – окружностям, вложенным в канонический диагональный цикл на трехмерной бутылке Клейна и поэтому

- не могут «вращаться по фазовым торам» вокруг точек закрепления: точки УЭП-волчков не могут иметь незамкнутые орбиты, например, в виде конфигурационных проекций квазипериодически обмоток лиувиллевых торов.

Механической интерпретацией аналитической  $SO_{an,eq}(3)$ -связности является фазовый поток канонических колебаний вертикального математического маятника около его (вертикального) равновесия (далее – «вертикальный маятник»).

Фазовый поток «вертикального маятника» *определен в точности на особенностях классической теории возмущений УЭП*, в частности,

- на «малых КАМ-знаменателях» - области определения его «нижнего» равновесия (см. [2])
- на мероморфных особенностях метода Пенлеве-Ковалевской - области определения его «верхнего» равновесия (см. [1], [2]).

«Вертикальный маятник», как динамическая система, эквивалентен волчку Ковалевской и поэтому доставляет фундаментальный контрпример к КАМ-теории для УЭП (см. [18], [19]).

*Все виды особенностей теорий, обслуживающих УЭП, эквивариантно упорядоченно аналитически упаковываются («аналитически эквивариантно адсорбируются»)*

- на «вертикальный маятник» как на каноническое инвариантное множество фазового потока УЭП
- на выделенную орбиту канонического локсодромического действия окружности на сфере  $\mathbb{S}^3$ .

В этом контексте множество из (любого вида) особенностей («расходимостей») парадоксальным образом имеет динамическую интерпретацию множества аффинных точек из области определения

- канонического аналитического времени УЭП (см. также п. [14])
- кинетического момента волчка Ковалевской – эквивариантного общего волчка для УЭП.

## 15. «Аффинная катастрофа» классики: аффинность математического аппарата классического рассмотрения УЭП – причина ее некорректности

Конструктивное замечание состоит в том, что корректным (эквивариантным) математическим аппаратом является

- **не** классический тета-анализ для соответствующих рядов Фурье в контексте классической теоремы Лиувилля-Арнольда (это аффинный анализ),
- **а** эквивариантный дзета-функциональный анализ *на базе формулы связи «тета-дзета»* (см. [1]), реализующий каноническую ее односвязную коррекцию инволюцией  $\mathbb{Z}_2^{\text{УЭП}}(t)$  (это уже глобальный анализ).

**Классическая «очевидная нетерова редукция»** по аффинной вращательной симметрии классического плоско-параллельного поля гравитации, являющаяся УЭП-неэквивариантным отображением, **разрушает**

- УЭП-нормализацию сопровождающим тетраэдром – орбитой симметрии  $\mathbb{Z}_2^{\text{УЭП}}(t)$ .
- транзитивное действие с экспоненциальной структурой большого круга на трехмерной сфере, имеющее потенциал в виде инварианта Ковалевской.

**Также классическая «очевидная нетерова редукция» разрушает область определения фазовой динамики УЭП**, исключая

- точки закрепления УЭП-волчков из инвариантных многообразий УЭП
- всю (!) периодическую динамику из фазового потока УЭП (она остается в ядре отображения некорректной «очевидной редукции», а классическая периодическая КАМ-динамика на лиувиллевых торах - неэквивариантна)
- поле рациональных чисел из области определения (т.е., из классического вещественного времени), а следовательно, и поле дробно-рациональных функций.

Наряду с этим, модель фазового потока УЭП в виде «вертикального шара» наглядно показывает

- неэквивариантность «прямолинейных обмоток торов Лиувилля-Арнольда»
- эквивариантность «прямолинейных обмоток точки закрепления универсального волчка».

*Классическая редукция УЭП (с модельной симплектической геометрией Арнольда-Марседена-Венстейна, см. [12]) приводит к некорректной (аффинной) теории возмущений для УЭП.*

*Корректная (эквивариантная) теорема Лиувилля-Арнольда представляет каноническое аналитическое вращение стандартного геометрического трехмерного шара с потенциалом в виде канонической аналитической дельта-функции, рассмотренной как топологический функциональный CW-комплекс.*

## 16. Связь неклассического общего дзета-решения УЭП с его классическими тета-решениями: почему классические решения некорректны

Классическая динамика УЭП, определенная над аффинным временем, является аффинным атласом на глобальной сфере  $\mathbb{S}^3$  – компактном многообразии.

Фазовые потоки классических интегрируемых случаев УЭП определены на усеченной (не эквивариантной и поэтому некорректной) области определения – *вещественном (комплексном) времени, лишь аффинно параметризующем классические фазовые траектории УЭП.*

Таким образом, *классика «не видит» и пропускает*

- ключевую для УЭП глобальную структуру пространства эквивариантных фазовых траекторий УЭП – пространства локсодромических больших кругов на сфере  $\mathbb{S}^3$ .
- *односвязно аналитическую склейку знаков перед квадратурами классических решений УЭП – скрытую симметрию, устраняющую «аффинную многозначность» классических решений.*

Скрытость симметрии «отображения склейки знаков» состоит в том, что

- УЭП представляют *лишь* аффинный дифференциал этого отображения склейки
- *только* функциональное уравнение для дзета-решения  $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$  уравнений Эйлера-Пуассона уже *глобально координатизирует* собственно саму аналитическую, УЭП-эквивариантную, склейку аффинных классических тета-карт-решений УЭП в единое каноническое глобальное дзета-решение УЭП – функцию  $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ .

При этом *классические «тета-решения со знаками» УЭП играют роль пробных функций для дзета-решения  $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ , имеющего дельта-образную структуру* (см. [2]).

**Замечание.** В этом контексте некоторые специалисты по профильной механике и математической физике (С. Степанов, С. Безродных из ВЦ РАН, ныне ФИЦ ИУ РАН) вообще утверждают о некорректности существования «вертикального равновесия», приводя в качестве контрпримера потенциал асимптотической динамики в «вертикальном равновесии» в виде функции  $\exp(\frac{1}{z})$ , которая, согласно теореме Сохоцкого, может принимать любые предельные значения при  $z \rightarrow 0$ . Но сразу отметим, что примеры такого рода являются неэквивариантными – они, в частности, не согласованы аффинной сепаратрисной динамикой как математического маятника, так и волчка Эйлера, то есть, теорема Сохоцкого не эквивариантна.

Однако, ее эквивариантная коррекция работает: процесс получения  $\delta$ -образной структуры динамики вертикального маятника в п. 18 можно интерпретировать как такую коррекцию.

**Подстановка дзета-решения  $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$  в УЭП реализуется глобальной скрытой симметрией  $Z_{0,an}^{\mathbb{E}^3}$  с неклассической топологией, не существующей в области определения аффинной классики. УЭП «аффинно скрыто кодируют» эту глобальную симметрию.**

**Аффинной интерпретацией симметрии  $Z_{0,an}^{\mathbb{E}^3}$  являются «мистические преобразования Ковалевской»** (см. [15]): *дзета-решения  $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$  склеивает знаки в ее решении, являясь потенциалом этого традиционно пропускаемого классикой отображения («эквивариантного закона взаимности для тета-квадратур Ковалевской»).*

В итоге, работает глобальная инвариантная идеология теории Галуа: уравнение в локальных аффинных координатах заменяется на глобальную алгебраическую симметрию.

Эквивариантная, априорно существующая симметрия Галуа, индуцированная симметрией  $Z_2^{УЭП}(t)$ -обратимости по аффинному времени уравнений Эйлера-Пуассона, сама и делает эту подстановку.

## 17. Геометро-механическая интерпретация одностепенной редукции УЭП

С качественной геометрической точки зрения 12-ти параметрические УЭП определяют канонический аналитический поворот (универсальное вращение) стандартного 3d-шара вокруг его центра в трехмерном евклидовом пространстве.

Данный поворот имеет *скрытую глобальную одностепенную структуру, генерируемую корректно определенной диагональю*

- общего вращения правильного 2d-тетраэдра»  $T^2$ , вписанного в стандартный 3d-шар – вращения с флагом неподвижных точек монодромии «опорного для  $T^2$  триэдра»
- двойственного общего вращения 3d-шара вокруг правильного 2d-тетраэдра»  $T^2$ , вписанного в этот 3d-шар.

*Спектральные данные такого поворота как раз сущностно аффинно одномерны:*

- *они полностью определяются выделенной серединной медианой тетраэдра  $T^2$*
- в частности, его 0d-мерный спектр в точности определяется специальным каноническим Галуа-упорядочением на множестве нулей дзета-функционального общего решения УЭП.

*Данная  $T^2$ - спектральная геометрия объясняет почему это вращение имеет как раз 12 аффинных степеней свободы УЭП - в силу 12-элементности собственной симметрии  $A_4$  тетраэдра  $T^2$ ,*

Это вращение 3d-шара имеет совершенно парадоксальную неклассическую структуру:

- аффинно дискретную структуру, в частности, потому, что его собственными пространствами является флаг «точка закрепления – ось вращения – плоскость, ортогональная оси вращения»
- *структуру вращения анализированного волчка Ковалевской – по сути квантовой динамической системы.*

Такая флаговая структура инвариантных пространств вращения дает естественную механическую интерпретацию ***точного аналитического общего решения УЭП в виде гироскопической (невозмущаемой, модулярной) динамики универсального волчка (универсального гироскопа)***, поскольку это точное решение как раз и эквивалентно теории возмущений для УЭП (см. [1]).

Геометрически, ось универсального гироскопа является каноническим дифференциалом якобиана фазового потока УЭП, представляя канонический (единственный)  $\mathbb{R}$ -цикл (непрерывный цикл) на канонической трехмерной бутылке Клейна с выделенной точкой.

При этом ось вращения можно интерпретировать как аналитическую (абсолютно упругую) пружину («аналитическую струну») внутри 3d-шара, аналитические автоколебания которой однозначно определяют вращение универсального УЭП-волчка, реализуя его собственное вращательное и также осевую вращательную динамику одновременно.

Глобальность вращения 3d-шара соответствует его вращению в аналитической метрике канонической односвязной компактификации *евклидова пространства  $E^3$  посредством отображения канонической аналитической центральной симметрии.*

*Важно подчеркнуть, что такая симметрия корректно определена только в трехмерии, поскольку в других размерностях аналитичность не допускается отсутствием Галуа-линейного упорядочения на фундаментальных последовательностях, вычисляющих пределы в точках.*

Геометрически это соответствует отсутствию платоновой двойственности «додэкаэдр» - «икосаэдр» в размерности их объемлющего евклидова пространства выше 4.

Метрика, индуцированная канонической эквивариантно аналитической центральной симметрией в пространстве  $\mathbb{E}^3$

- является канонической односвязно аналитической метрикой в трехмерном евклидовом пространстве  $\mathbb{E}^3$
- имеет адельную структуру над полем дробно-рациональных функций ([1]).

Ее геометро-динамическим смыслом является метрика на пространстве состояний канонического сопровождающего аналитические УЭП-волчки тетраэдра  $T_{\text{сопр}}^2$  – канонической спектральной динамики УЭП.

## 18. Эквивариантная глобальная $\delta$ -функция

Ключевое наблюдение для понимания структуры функции  $\zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  состоит в том, что эта функция имеет каноническое односвязное аналитическое автопродолжение со структурой УЭП-эквивариантного вычета в точки  $t = \infty$  и  $q = \infty$  (бесконечность формального вещественного и комплексного времени УЭП, соответственно), определяющего глобальную «эквивариантную константу» - каноническую эквивариантную  $\delta$ -функцию, являющуюся аффинно аналитической функцией в классическом смысле над  $\mathbb{R}$ :

$$\delta_{an}(t) = \exp \zeta \left( \frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q) \right) (\mathbb{S}^1) = \exp (Res_{t=\infty} \zeta \left( \frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q) \right)).$$

Отличие от конструкции классической  $\delta$ -функции (Дирака) реализуется первым порядком стремления к нулю при  $t \rightarrow \infty$  эквивариантных шварцевых пробных функций от переменной  $t$ , которые (в отличие от классики) **дополнительно односвязно аналитически склеиваются** в двух зеркальных аффинно бесконечно удаленных точках  $t = \pm \infty$ .

Соответствующая (см. п.2) геометрически инвариантная операторно-значная формулировка имеет вид:

$$\delta_{an}(t) \cong id(\exp(\mathbb{S}^3)).$$

Аналитически указанное отображение эквивариантной склейки в точках  $t = \pm \infty$

- **нетривиально и представляет эквивариантную специализацию связи «тета-дзета»;** его структура приведена в [1];  
**важно отметить, что эта связь обеспечивает структуру функции  $\delta_{an}(t)$  как обобщенной функции**
- индуцирует вложение  $\delta$ -функции Дирака
  - аналитически – в  $\delta_{an}(t)$
  - геометрически - в эквивариантно анализированный большой локсодромический круг на 3d-сфере  $\mathbb{S}^3$  (в одномерное собственное сечение канонической экспоненты глобального изоморфизма  $T\mathbb{S}^3 \cong N\mathbb{S}^3$ )
- является отображением односвязной компактификации аффинной аналитической структуры на группе  $SO(3)$ , реализуемым односвязно аналитической симметрией  $Z_{0,an}^{\mathbb{E}^3}$ .

Функция  $\delta_{an}(t)$  имеет инвариантную, аффинно-трехмерную, центрально-симметричную реализацию в виде корректно определенного (в смысле линейной алгебры) дискриминанта группового канонического отображения односвязной аналитической центральной симметрии в трехмерном евклидовом пространстве  $\mathbb{E}^3$

$$\delta_{an} = \text{Discr}(Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3}).$$

Фундаментальным динамическим смыслом функции  $\delta_{an}(t)$  является ее эквивалентность фазово *потраекторному аналитическому* отображению инволюции обратимости УЭП по формальному вещественному аффинному времени  $t$

$$\delta_{an}(t) = \mathbb{Z}_2^{Y_{\text{ЭП}}}(t).$$

Механическим смыслом  $\delta_{an}(t)$  является потенциал канонического аналитического УЭП-эквивариантного усреднения фазовой динамики УЭП в модельных реализациях динамик

- автоколебательной динамики вертикального равновесия классического математического маятника (выводящая его в аффинное конфигурационное трехмерие)
- автовращательной динамики выделенной реберной медины тетраэдра, сопровождающего аналитические волчки.

*Фундаментальный физический смысл (гипотетический) функции  $\delta_{an}$  - потенциал аналитизированного классического механизма Хиггса генерации масс (включая сектор элементарных частиц).*

## 19. Интерпретации канонической глобальной дельта-функции $\delta_{an}(t)$

Функция  $\delta_{an}(t)$  определена глобально, включая формальную бесконечность классического аффинного времени  $t = \infty$  и поэтому имеет неклассическую глобальную структуру.

Функция  $\delta_{an}(t)$  - *канонический аффинно односвязно аналитический параметр на каноническом диагональном цикле на канонической трехмерной бутылке Клейна  $Kl^3$ .*

При этом, канонические аффинные координаты на каноническом атласе на прямолинейном потоке на аффинно плоском многообразии  $Kl^3$  (кстати, якобиане УЭП) являются шварцевым пространством УЭП-эквивариантных пробных функций – областью определения дельта-функции  $\delta_{an}(t)$ .

В этом смысле отличие от «стандартных» (многомерных)  $\delta$ -функций состоит именно в наличии существенно гладкой топологии (аналитической) на пространстве пробных функций.

В этом контексте можно говорить, что

**$\delta_{an}(t)$  – каноническая аналитическая  $\delta$ -функция.**

*Механический смысл функции  $\delta_{an}(t)$  –*

- гамильтониан «вертикального маятника»
- гамильтониан автоколебаний однородного массивного шара  $B^3$
- оператор кинетического момента Модулярного (общего) УЭП-волчка.

На дельта-функцию  $\delta_{an}(t)$  можно также смотреть как на следующие эквивалентные объекты:

- канонический глобальный натуральный параметр на сфере  $\mathbb{S}^3$
- каноническая глобальная аналитическая параметризация окружности  $\mathbb{S}^1$ , представляющая односвязную аналитизацию канонической аффинной аналитической параметризации  $e^{it}$  окружности  $\mathbb{S}^1$
- каноническая глобальная функция Морса на сфере  $\mathbb{S}^3$
- потенциал глобального расслоения Хопфа сферы  $\mathbb{S}^3$ .

**Каноническая аффинная проекция функции  $\delta_{an}(t)$  является канонической зеркальной аффинной аналитической суперсимметрией критической полосы относительно критической прямой  $s = \frac{1}{2}$ , представляющее отображение упорядоченного спаривания по mod 3 на множестве чисто вещественных (тривиальных) и чисто мнимых (нетривиальных) нулей функции  $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ .**

При этом,

- «критическая полоса» является канонической аффинной стереографической проекцией сопровождающего УЭП-волчки «тетраэдра с его внутренней частью»
- спаривание «вещественные – мнимые нули» представляет равновесие автоколебательной динамики эквивалентных систем «вертикальный маятник», «вертикальный шар», «тетраэдральный осциллятор», «чисто мнимый осциллятор».

Приведем геометрические интерпретации функции  $\delta_{an}(t)$

- графиком естественной аффинной проекции функции  $\delta_{an}(t)$  является граф Дынкина системы корней для алгебры  $e_8$  (с его, индуцированным аффинной проекцией, вложением в границу критической полосы для дзета-функции Римана так, что выделенный корень лежит на критической прямой);
- глобальным графиком функции  $\delta_{an}(t)$  являются:
  - в  $SO(3)$ -представлении  
это выделенный центр глобального 3d-шара  $B^3$  (каноническая инвариантная глобальная точка)
  - в  $PGL_2$ -представлении  
это ось вращения глобального 2d-диска  $D^2$  (ротор глобального гироскопа) .

Приведем ключевую аналитическую интерпретацию «производной» функции  $\delta_{an}(t)$

- функция  $\delta_{an}(t)$  представляет аналитическое продолжение эквивариантной (односвязной) специализации классической дзета-функции Римана  $\zeta(s)$  в  $s = \infty$
- является потенциалом канонической двойственности между ее чисто вещественными и чисто мнимыми нулями указанной эквивариантной дзета-функции  $\zeta(s)$ .

## 20. Схема дзета-модели гравитации в контексте аналитизации УЭП

Эта модель является результатом канонического УЭП-эквивариантного аналитического продолжения поля классической плоско-параллельной гравитации в формальную бесконечность поля параллельных прямых ее силовых линий.

Модельная гравитация (гравитационная связность, поле гравитации) в контексте УЭП – это отображение канонического вращения универсального гироскопа – общего решения УЭП в лагранжевом описании фазовой потраекторной УЭП-динамики, имеющее аналитический потенциал:

{Потенциал поля гравитации}

$\Updownarrow$

$$\{\exp \zeta(1-s, \Delta_{12}(q)) = \text{Det } Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3}\}$$

$\Updownarrow$

{Потенциал поля угловой скорости универсального гироскопа}



{Потенциал лагранжевого описания «вертикального шара»}



{Точное решение анализированного волчка Лагранжа}.

В рамках данной дзета-модели гравитация имеет интерпретации:

- нечетная часть аналитической центральной суперсимметрии  $Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  (см. п.26)
- отображение «прямолинейной кообмотки» точки закрепления общего УЭП-волчка (центра глобального 3d-шара)
- каноническая непрерывная связность на классах изогенности эллиптических кривых  $E/\mathbb{Q}$
- каноническая непрерывная связность на пучках кривых  $E/\mathbb{Q}$  на глобальных поверхностях  $K3$  (это канонические циклы абсолюта канонического глобального трехмерного пространства Лобачевского с канонической метрикой  $F^* = \ln(t^2 - |\vec{\gamma}|^2 - |\vec{\omega}|^2)$  в естественных переменных  $(\vec{\gamma}, \vec{\omega})$  на нормальном расслоении сферы  $\mathbb{S}^3$ )

В рамках такой дзета-модели гравитация (как отображение) имеет следующие *механические* интерпретации:

- *динамика фазы автоколебаний чисто мнимого осциллятора*
- автостабилизирующее управление аффинно (сверх)неустойчивого
  - массивного однородного «вертикального шара»
  - «вертикального маятника».

## 21. Дзета-модель реального времени в контексте УЭП как эквивариантная аналитизация классической $\delta$ -функции

Эта модель является результатом канонического УЭП-эквивариантного аналитического продолжения классического аффинного времени в его формальную бесконечность.

Естественной с механической и физической точек зрения моделью реального времени (синонимы: физическое время, аналитическое время) является отображение канонической  $\mathbb{Z}_2^{\text{УЭП}}(t)$ -монодромии универсального гироскопа – фундаментального решения УЭП (как гамильтоновых уравнений) в симметризованном эйлерово-лагранжевом описании.

*Модельное реальное (физическое) время в контексте УЭП – это отображение канонического производного вращения универсального гироскопа – общего решения УЭП в каноническом потракторном описании, имеющее аналитический потенциал:*

{Потенциал модели реального времени}



$$\{\exp(\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))) = \exp(\text{Discr } Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3})\}$$



{Потенциал производного кинетического момента универсального гироскопа = «вертикального шара»}





{Потенциал поля производного кинетического момента универсального гироскопа}



{Потенциал производного диагонального эйлерово-лагранжево описания «вертикального шара»}



{Точное решение анализированного волчка Ковалевской}.

Наиболее яркой интерпретацией дзета-модели реального времени в контексте динамических эквивалентностей из данной работы является, пожалуй, следующая:

{модель реального времени}



{Производный кинетический момент «вертикального маятника»}



{Производная аналитическая глобальная дельта-функция  $\delta_{an}(t)$ }

Генератор этого отображения имеет аналитический потенциал в виде операторно-значной функции  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$ , рассмотренной как канонический параметр на стандартной окружности  $\mathbb{S}^1$ .

## 22. Интерпретации дзета-модели реального времени

В рамках такой дзета-модели реальное время (как отображение) имеет интерпретации:

- отображение канонического *аналитической гомотетии* стандартной сферы  $\mathbb{S}^3$
- свободная собственная (инвариантная) ось отображения канонической *аналитической* центральной суперсимметрии  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  (см. п.26)
- отображение «канонической аналитической прямолинейной обмотки» точки закрепления общего УЭП-волчка
- канонической аналитической связности на модулярно параметризованных кривых  $E/\mathbb{Q}$ .

В рамках дзета-модели реальное время имеет следующие *механические* интерпретации:

- каноническая параметризация *инерциальной динамики* автоколебаний
  - чисто мнимого осциллятора (хорошо известного в небесной механике осциллятора «ГреДеАкс» - Гребеникова-Демина-Аксенова, (см. [1], [21]))
  - «вертикального маятника»
  - «вертикального шара» (здесь лучше говорить об «автовращении»)
- автоуправления инерциальной динамикой УЭП-волчков
- динамика оси Галуа в эффекте Джанибекова ([1], [2]).

## 23. Геометро-физическая структура точной дзета-функциональной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона как двойственность «время-энергия»

Аффинно одностепенная редукция УЭП представляет ограничение их исходной динамики на выделенную реберную медиану  $m_{T_{\text{сопр}}^2}$  сопровождающего тетраэдра  $T_{\text{сопр}}^2$ .

Динамика тетраэдра  $T_{\text{сопр}}^2$  представляет канонический дифференциал фазового потока УЭП и тем самым – динамическую геометрическую модель его линеаризации, описываемую УЭП-эквивариантной теорией Галуа.

И теперь, эквивалентность исходной и редуцированной динамик состоит в том, что отображения момента для  $T_{\text{сопр}}^2$  и  $m_{T_{\text{сопр}}^2}$  эквивалентны: отображение момента для реберной медианы  $m_{T_{\text{сопр}}^2}$  представляет канонический генератор отображения момента для  $T_{\text{сопр}}^2$ .

Данная эквивалентность представляет генератор фундаментальной двойственности

*«реальное (физическое) время  $\Leftrightarrow$  полная энергия консервативной физической системы»*

и имеет следующие проявления:

- самосопряжение аналитической инволюции обратимости по времени для УЭП (с фундаментальной симметрией динамической точки зрения)
- самодвойственность сопровождающего тетраэдра  $T_{\text{сопр}}^2$
- калибровку на аналитический световой конус в классическом (3+1) пространстве Минковского (с фундаментальной физической точки зрения); именно аналитичность калибровки переводит образующие конуса (аффинно параметризованные вещественным временем) в реберную медиану  $m_{T_{\text{сопр}}^2}$
- отображение канонического аналитического качения точки по стандартной сфере  $S^3$ .

## **24. Модулярная структура одностепенной редукции УЭП и геометрия доказательства Уайлса**

*С фундаментальной глобальной аналитической (функционально-арифметической) точки зрения обсуждаемая «3-1»-эквивалентность представляет отображение эквивариантной модулярной параметризации эллиптических кривых  $E/\mathbb{Q}$  с рациональными коэффициентами.*

В этом контексте отображение обсуждаемой одностепенной редукции приобретает смысл «диофантовой» редукции Уайлса (корректношо метода спуска Ферма) при доказательстве свойства модулярности полустабильных эллиптических кривых над  $\mathbb{Q}$  и Большой Теоремы Ферма (БТФ), как одного из ключевых следствий ([22], [23]).

Эта редукция отображает пространство модулярных деформаций кривых  $E/\mathbb{Q}$  на функциональную линейную алгебру специальных операторов Гекке, а именно - на канонический конечно-порожденный изоморфизм между специальными кольцами операторов; относительно адаптированное изложение, см. в [10].

Вместе с тем, вполне естественной и геометрически наглядной интерпретацией этого изоморфизма является редукция 3-мерной целочисленной решетки (посредством канонического Галуа-группового непрерывного отображения обратного центрально-подобного вращения (отображения ОЦПВ) в пространстве  $\mathbb{E}^3$ ) на свой нейтральный элемент.

Этот элемент геометрически реализуется  $2d$ -тетраэдром, вершины которого как раз представляют геометрическую реализацию решений БТФ.

При этом спектральная кривая диофантовых решений БТФ – кривая Фрея (см. [24]) = представляет ось указанного вращения.

Непрерывность отображения ОЦПВ обеспечивается организуемым Э. Уайлсом упорядочением модулярных 3-адических представлений Галуа (с помощью 5-адических представлений Галуа) в линейных автоморфизмах трехмерной целочисленной решетки.

Это отображение и является инвариантную интерпретацию этого крайне нетривиального отображения редукции в виде отображения  $I$  и позволяет «увидеть» трехмерную евклидову геометрию доказательства Уайлса.

А именно, в рамках этой интерпретации двойственности «модулярных деформации – специальная линейная функциональная алгебра»

- нейтральный элемент отображения  $\exp I$  геометрически воплощает вершины самодвойственности (односвязной экспоненциальной монодромии) сопровождающего УЭП-волчки тетраэдра и тогда получаем, что эти вершины в точности представляют канонические решения уравнения Большой теоремы Ферма
- выделенная реберная медиана сопровождающего УЭП-волчки тетраэдра представляет кривую Фрея над  $\mathbb{R}$
- отображение  $\exp I$  представляет
  - канонический производный прямолинейный поток на трехмерной бутылке Клейна
  - отображение глобального односвязного аналитического продолжения модулярной параметризации эллиптических кривых  $E/\mathbb{Q}$  в формальную бесконечность аргумента « $q$ » параметризующих модулярных форм.

**Инвариантная (и УЭП-эквивариантная) форма редукции Уайлса имеет вид:**

$$\exp I \rightarrow id I.$$

## 25. Авторекурсивная структура точной дзета-функциональной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона

Генератором фазового потока этой системы  $\exp S^3$  является отображение самодвойственности  $T_{\text{сопр}}^2 / m_{T_{\text{сопр}}^2}$ , имеющее **авторекурсивную** структуру.

Ее механическим смыслом является автоколебательная динамика маятника в вертикальном равновесии и также последовательные эквивариантно Галуа-упорядоченные осцилляции тетраэдрального осциллятора.

При этом, квантовая структура фазового потока УЭП является результатом канонического аналитического продолжения в  $t = \infty$  (существующего именно для случае трех аффинных степеней свободы УЭП), реализуя переход от аффинного описания к глобальному.

## 26. Аналитическая центральная суперсимметрия как отображение фазового потока УЭП

Геометрический смысл одностепенной редукции состоит в том, что у канонического аналитического поворота шара  $B^3$  имеется каноническая инвариантная ось с групповой, причем, суперсимметричной функциональной структурой, играющая роль канонического генератора канонического поворота шара  $B^3$  вокруг его центра.

$$Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3} \cong Rot_{an,eq}(B^3) \cong \mathbb{E}^3 / \exp[Z_O^{\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3}, Z_O^{\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3}]$$

где

- $Z_0^{\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3}$  - отображение центральной симметрии стандартной  $\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$ -решетки в евклидовом пространстве  $\mathbb{E}^3$  с выделенным центром  $O$
- $[Z_0^{\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3}, Z_0^{\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3}]$  – отображение непрерывной центральной симметрии в пространстве  $\mathbb{E}^3$
- $\exp[Z_0^{\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3}, Z_0^{\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3}]$  - отображение аналитической центральной симметрии  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  в пространстве  $\mathbb{E}^3$

Отображение  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  эквивалентно следующей (принципиально важной) корректно определенной аналитической двойственности ортогональной и проективной линейной симметрии:

$$Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3} \Leftrightarrow \exp(SO(3) \cong PGL_2)$$

Поясняющие интерпретации симметрий, входящих в этот производный изоморфизм  $SO(3) \cong PGL_2$  таковы:

- $SO(3)$  – эллиптическая («массивная», «симплектическая») часть отображения  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$
- $PGL_2$  – гиперболическая («гравитационная», «проективная») часть отображения  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$
- собственно отображение изоморфизма – плоская («реально временная», «пуассонова») часть отображения  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$ .

Геометрический смысл суперсимметричной структуры центральной симметрии  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  –

- каноническая суперсимметричность канонического локсодромического геодезического потока на 3d-сфере  $\mathbb{S}^3$ , представляющего орбиту корректно определенного глобального изоморфизма ее касательного и кокасательного (нормального) расслоений в стандартном математическом смысле определения суперсимметрии
- генератором суперсимметричной градуировки является градуировка выделенного тетраэдра  $T_O^2$  посредством непрерывного отображения вложения в него выделенной реберной медианы.

Алгебраически эта эквивариантная суперсимметричность соответствует тому, что собственно сама сфера  $\mathbb{S}^3$  с однокартным атласом (или «глобальная сфера  $\mathbb{S}^3$ ») является тривиальным решением трансцендентного функционального уравнения для дзета-функции  $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ , скрытым образом содержащим суперсимметричную структуру.

Аналитически эквивариантная суперсимметричность соответствует двойственности тривиальных и нетривиальных нулей дзета-функции  $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ , имеющей потенциал  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$  - как раз в виде общего решения УЭП.

## 27. Интерпретации аналитической центральной суперсимметрии

Физически эквивариантная суперсимметричность реализуется автоколебаниями тетраэдрального осциллятора.

Механически эквивариантная суперсимметричность соответствует суперсимметричной структуре оператора угловой скорости аналитического вращения шара  $B^3$ .

Геометрически

- корнями этого трансцендентного уравнения являются канонически упорядоченные пары: (диаметры  $\mathbb{S}^3$ , опирающиеся на них большие круги на  $\mathbb{S}^3$ )
- при этом свойство суперсимметричности означает свойство инцидентности точек сферы  $\mathbb{S}^3$  по отношению их принадлежности к ее большим кругам, которые обладают естественным упорядочением (самоорганизованы, автоорганизованы) в канонически упорядоченное множество (множество фазовых состояний УЭП).

*Механический смысл одностепенной редукции* состоит в том, что отображение аналитического вращения шара  $B^3$  эквивалентно автоколебаниям его оси: шар  $B^3$  является фазовым пространством ее автоколебаний.

Алгебраически эти автоколебания реализуются

- отображением бимодулярной параметризации эллиптических кривых  $E/\mathbb{Q}$  с рациональными коэффициентами, и в существенной части описана Э. Уайлсом
- отображением  $W(p) = \exp(\text{Gal } \mathbb{Q} \sqrt{(-1)^{\frac{p-1}{2}} p})$  (это производная параметризация «метода редукции Э. Уайлса» модулярных представлений Галуа, ассоциированных с эллиптическими кривыми с рациональными коэффициентами).

*Динамическим смыслом функционального расширения отображения  $W$  - отображения*

$$W(t, p) = \exp(\text{Gal } (\mathbb{Q} \sqrt{(-1)^{\frac{p-1}{2}} p}) (t))$$

является внутреннее описание канонического прямолинейного потока на канонической трехмерной бутылке Клейна с выделенной точкой –

- центром центральной симметрии  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$
- точкой закрепления общего волчка.

*Физическим смыслом УЭП-эквивариантной суперсимметричности* является упорядоченная симметризация свойств однородности и изотропности конфигурационного пространства УЭП, расширяющая их классическое конфигурационное пространство в виде группы  $SO(3)$ .

Отображение канонического аналитического вращения  $Rot_{an,eq}(B^3)$  имеет инвариантную ось. Эта ось является

- орбитой центральной суперсимметрии  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  в евклидовом 3d-пространстве  $\mathbb{E}^3$
- орбитой канонической аналитической параметризации шара  $B^3$  – отображения эквивалентного его УЭП-динамике имеющей физический смысл модели реального времени (в силу УЭП-модели реальных физических волчков),
- осью вращения 3d-сферы  $\mathbb{S}^3$  вокруг своего центра.

## 28. Нормализационный смысл одностепенной редукции УЭП

Одностепенная редукция УЭП имеет симметричный смысл «отображения канонической нормализации» исходного фазового потока УЭП

- на простую функциональную симметрию лиевского типа – *каноническую аналитическую центральную симметрию  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  с односвязным образом евклидова пространства  $\mathbb{E}^3$  с выделенным центром*
- на рассмотрение фазового потока УЭП в системе отсчета канонического сопровождающего тетраэдра.

Центральная симметрия  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  является функциональным отображением: ее элементы – ряды эквивариантной аналитической теории возмущений УЭП.

Именно ее жесткая алгебраическая групповая конечно-порожденная структура и отвечает за итоговый детерминизм УЭП, оставляя только конечный «аналитический 3d-сферический» спектр геометрии масс и геометрии точек закрепления УЭП-волчков.

Одностепенная редукция УЭП является отображением фазового потока УЭП на канонический генератор  $Gener\ Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  центральной симметрии  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$ , представляемый изоморфизмом  $I$ .

**Данные общего дзета-функционального решения УЭП –**

- **данные отображения  $Gener\ Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$**
- **данные**
  - **дзета-функционального решения (эквивариантной дзета-функции Римана)**
  - **канонической локсодромической изометрии трехмерной сферы  $\mathbb{S}^3$ .**

Механический смысл нормализации реализуется редукцией (со структурой аналитического изоморфизма) фазового потока УЭП на автоколебания классического математического маятника относительно его канонического (вертикального) равновесия.

Таким образом, данная редукция является аналитическим изоморфизмом фазового потока УЭП на фазовый поток канонической аналитической системы с одной глобальной степенью свободы.

**Прикладное замечание.** Редукция фазового потока УЭП на «вертикальный маятник» (выделенную замкнутую фазовую траекторию УЭП) создает возможность экспериментальной визуализации глобальной структуры фазового пространства в физически ограниченном куске реального пространства-времени, что можно наблюдать, например, в эффекте Джанибекова и эффекте обратного вращения Кельтского камня.

## 29. Спектральная структура глобально одностепенной нормализации УЭП

Генератор  $Gener\ Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  простой функциональной симметрии  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$

- полностью определяет саму симметрию, являясь ее каноническим спектром (генерирующим спектром)
- представляет полные данные изоморфизма  $I$  двойственности Ли  $e_8(\mathbb{Q}(t)) \xleftrightarrow{I} E_8(\mathbb{Q}(t))$
- представляет полные данные канонической аналитической дельта-функции  $\delta_{an}(t)$ , являющейся канонической глобальной аналитической параметризацией окружности  $\mathbb{S}^1$ .

В контексте УЭП-эквивариантной теории Галуа

- $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  представляет эквивариантную группу Галуа
- $Gener\ Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  представляет эквивариантное отображение Фробениуса.

Собственная спектральная структура  $Gener\ Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  представляется множеством нулей дзета-функции  $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$  - односвязной специализации дзета-функции Римана, - снабженным эквивариантным  $\mathbb{Z}_2$ -градуированным упорядочением

- четная часть спектра – чисто вещественные (тривиальные) нули функции  $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$
- нечетная часть спектра – чисто мнимые нули ( $\text{mod } (\frac{1}{2})$ ) – нетривиальные нули функции  $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ .

**Топологическое замечание.** *Отображение  $\mathbf{Gener} \mathbf{Z}_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3} \rightarrow \mathbf{Z}_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  является эквивариантным аналитическим отображением Пеано.*

Важно также подчеркнуть, что «одна степень свободы редуцированной системы» оказывается функциональной, а точнее, функционально-дискретной, или, еще точнее, функционально-арифметической. В частности, в координатное кольцо ее области определения входит функциональное поле дробно-рациональных функций  $\mathbb{Q}(t)$  (как «архимедова составляющая», причем, наряду с «неархимедовыми»  $p$ -адическими составляющими).

*Физическим смыслом этой функциональности является*

- «автоколебательный режим» динамики «вертикального маятника»
- скрытые канонические релятивистскую и квантовую структуры канонического глобального аналитического поворота единичного трехмерного шара  $B^3$  вокруг его центра, где (в отличие от классики) шар  $B^3$  рассматривается как глобальное многообразие (т.е., как многообразие только с одной картой в атласе).

### 30. Суперсимметричная аттракторная структура фазового пространства «вертикального маятника»

Редуцированная одномерная система для УЭП представляет *автоколебания классического математического маятника* относительно его канонического (вертикального) равновесия – динамическую систему, называемую «вертикальный маятник».

Важно подчеркнуть, что одна степень свободы «равновесного вертикального маятника» является глобальной, представляя область определения канонической аналитической функции  $\delta_{an}(t)$ . А это означает, что *уравнения Эйлера-Пуассона в обратимом классическом аффинном времени имеют ровно одну глобальную степень свободы.*

Каноническое вертикальное равновесие имеет нетривиальную функциональную (аналитически)  $\mathbb{Z}_2$ -градуированную структуру (аналитическую центрально-симметричную структуру, аналитическую суперсимметричную структуру):

- нижнее вертикальное равновесие является каноническим диагональным циклом канонической трехмерной бутылки Клейна  $Kl^3_*$ , представляющей каноническое глобальное сечение упорядоченного изоморфизма  $TS^3 \cong NS^3$
- верхнее вертикальное равновесие является каноническим диагональным циклом канонической трехмерной кобутылки  $Kl^{3,*}$  Клейна – каноническим глобальным сечением упорядоченного изоморфизма  $NS^3 \cong TS^3$  (зеркального по отношению к изоморфизму  $TS^3 \cong NS^3$ ); многообразие  $Kl^{3,*}$  канонически двойственно к многообразию  $Kl^3_*$ .

Каноническое вертикальное равновесие имеет фазовую структуру аттрактора с нетривиальной функциональной топологией, содержащей *неклассический метрический ингредиент  $p$ -адической топологии*. Это соответствует генераторной структуре «вертикального равновесия» по отношению к фазовому потоку УЭП (см. [18]).

Парадоксальным образом,

- такая топология определяет свойство *фазовой твердотельности* (а не конфигурационной, как в классике)
- является каноническим эквивариантным «аналитическим продолжением», наоборот «анти-аттракторной» топологии «максимально» неустойчивого вертикального равновесия классического математического маятника.

По сути, это свойство «фазовой твердотельности» индуцировано свойством аналитичности УЭП и характеризует свойство жесткости пространства аналитических отображений евклидова трехмерия  $\mathbb{E}^3$ .

*Свойство «фазовой твердотельности» пропущено в классическом рассмотрении УЭП.*

### 31. Инвариантная характеристика динамики «вертикального маятника»

Собственно вертикальное (каноническое) равновесие «вертикального маятника» является канонической аналитической *аффинно трехмерной* дельта-функцией, представляющей

- отображение момента для равновесной динамики «вертикального шара» (динамический смысл)
- потенциал модели реального (физического) времени (физический смысл).

Отображение автоколебаний «вертикального маятника» канонически реализуется конфигурационно аффинно одностепенным отображением – отображением канонического прямолинейного потока на корректно определенной диагонали - канонической трехмерной бутылке Клейна  $Kl^3 \cong \text{Diag}(Kl_*^3, Kl^{3,*})$ .

Автоколебания «вертикального маятника» представляются следующими эквивалентными отображениями:

- экспонентой одномерного сечения изоморфизма

$$SO(3, \mathbb{Q}(t)) \cong PGL_2(\mathbb{Q}(t))$$

- отображением момента «вертикального тетраэдра» - массивного однородного правильного тетраэдра, вписанного в «вертикальный 3d-шар» с совпадением нижней и верхней точек этого шара с парой вершин тетраэдра
- динамикой сопровождающего УЭП-волчки тетраэдра – правильного 2d-тетраэдра «вмороженного в УЭП-волчки».

Отображение редукции УЭП на одну глобальную степень свободы неклассично: в его основе лежит не факторизация по гладким групповым симметриям в фазовом пространстве УЭП, а наоборот – следующие эквивалентные представления скрытой структуры простой функциональной группы Ли для отображения  $g_{\text{УЭП}}^t$  фазового потока УЭП:

- $g_{\text{УЭП}}^t \cong (Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3} \rightarrow Z_{l/O,an,eq}^{\mathbb{E}^3}) \cong \text{generator}(Z_{O,an,eq}^{\mathbb{E}^3})$ , где  $l/O$  – выделенная инвариантная ось
- нетривиальное каноническое аналитическое *транзитивное* действие окружности на трехмерной сфере  $\mathbb{S}^3$ , эквивалентное каноническому мероморфному (дробно-рациональному) расширению простой группы Ли  $E_8$ .

Автоколебания вертикального маятника имеют нетривиальную конструктивную структуру, описываемую функциональным уравнением для функции  $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ .

Это функциональное уравнение (**ФУ**) имеет смысл координатизации

- *фазового пространства автоколебаний вертикального маятника относительно его канонического (вертикального) равновесия (динамический смысл)*
- (геометрический смысл)
  - отображения односвязно непрерывной двойственности сферы  $\mathbb{S}^3$  и трехмерного пространства Лобачевского  $\Lambda^3$



- отображения упорядоченного глобального изоморфизма касательного и кокасательного (нормального) расслоений сферы  $S^3$ :  $TS^3 \cong NS^3$ .

### 32. Квантовая структура динамики «вертикального маятника».

Напомним, что под «вертикальным маятником» понимается отображение, полученное *односвязно аналитическим продолжением фазового потока классического математического маятника, в его вертикальное равновесие.*

Такое отображение оказывается «автопродолжением» - оно априорно существует в силу экспоненциальной автодуальной структуры симметрии обратимости гамильтониана маятника по формальному аффинному времени.

Оказывается, что такое продолжение не просто существует, но и канонически определено (как уже отмечалось, в классике этот «эффект конструктивного продолжения» пропущен) и по сути *является автопродолжением.*

Фазовый поток «вертикального маятника» по сути имеет *квантовую структуру*: начальные условия его автоколебаний представляются нулями эквивариантной (односвязной в области определения) специализации дзета-функции Римана:

- начальные условия для амплитуды представляются
  - *упорядоченными тройками* соответствующих *тривиальных нулей*, начиная с первой тройки с первым нулем;
  - *корректными данными определяющими*
    - *выделенный большой круг на сфере  $S^3$*
    - *выделенный УЭП-сопровождающий тетраэдр в пространстве  $E^3$*
- начальные условия для фазы представляются
  - *упорядоченными тройками* соответствующих *нетривиальных нулей*, начиная с первой тройки с первым нулем
  - *корректными данными определяющими*
    - *выделенный большой кокруг на косфере  $S^3$  - каноническом глобальном пространстве Лобачевского*
    - *выделенный УЭП-сопровождающий ко-тетраэдр в пространстве  $E^{3,*}$ .*

Данные отображения фазового потока автоколебаний вертикального маятника эквивалентны данным

- аналитической центральной суперсимметрии  $Z_{O,an}^{E^3}$
- аналитической гомотетии выделенного правильного 2d-тетраэдра  $E^3$  относительно его центра  $O$
- канонического глобального расслоения Хопфа сферы  $S^3$  – канонического аналитического продолжения слоев классического расслоения Хопфа сферы  $S^3$  на ее большие круги
- канонического аналитического качения геометрической точки по сфере  $S^3$ .

### 33. Вертикальный маятник и анализированный волчок Ковалевской представляют аналитически двойственные нормальные формы динамики УЭП

«Вертикальный маятник» (как динамическая система) представляет

- аналитический поток на каноническом диагональном цикле на трехмерной бутылке Клейна  $Kl^3$
- область определения изоморфизма  $\exp(SO(3)) \cong PGL_2$ .

**Аналитизированный волчок Ковалевской (как динамическая система) представляет**

- аналитический прямолинейный поток на трехмерной бутылке Клейна  $Kl^3$ , представляющий отображение канонического автоусреднение потока на ее каноническом диагональном цикле
- область значений изоморфизма  $\exp(SO(3)) \cong PGL_2$ .

Дифференциалы аналитических отображений фазовых потоков этих динамических систем

- представляют нормальную форму уравнений Эйлера-Пуассона
- дифференциальные уравнения случая (волчка) Ковалевской.

**Аналитизированный волчок Ковалевской является универсальным УЭП-волчком – Модулярным волчком** (см. п.п. 2-4).

**Опишем связь волчков Ковалевской и недавно открытого волчка Брюно-Батхина** (см. [25]):

- **аналитизированный волчок Ковалевской** представляет эйлерово описание динамики «вертикального шара»
- **аналитизированный волчок Брюно-Батхина** представляет лагранжево описание динамики «вертикального шара» (является ее гироскопическим представлением).

Поэтому эти волчки как фазовые отображения **аффинно функционально независимы**, но **УЭП-эквивариантно (по модулю инволюции обратимости по времени) функционально зависимы**.

В этом контексте кажется интересной **возможная интерпретация «волчка Галуа»**, также недавно обнаруженного Адлай С.Ф. на базе исследований «оси Галуа-Адлай-Митюшова» (см. [13]) в виде

- **аффинного потенциала локсодромического потока на трехмерной сфере  $S^3$**
- **аффинного потенциала глобально «симплектико-проективной» двойственности  $F_{Kow} \leftrightarrow F_{Bruno-Batkhin}$**

Данные фазового потока случая Ковалевской соответствуют данным точного общего решения УЭП.

При этом, дополнительный интеграл случая Ковалевской  $F_{Kow}$  реализует **аффинный гамильтониан**

- автоколебательной динамики «вертикального маятника»
- канонического производного прямолинейного потока на канонической трехмерной бутылке Клейна  $Kl^3$ ; при этом переменные в уравнениях случая Ковалевской являются каноническими аффинными переменными на канонических циклах бутылки  $Kl^3$ .

Исходные УЭП получаются как **аффинный дифференциал** производного прямолинейного потока на бутылке  $Kl^3$ :

- {левая часть УЭП} = {аффинный дифференциал с четным (аналитическим конфигурационным) ядром}
- {правая часть УЭП} = {аффинный дифференциал с нечетным (аналитическим импульсным) ядром}.

### 34. Эквивалентность трехстепенного и одностепенного описания УЭП как каноническая двойственность эйлера и лагранжевого описаний фазового потока УЭП

*Имеется каноническая и очень наглядная модель фазового пространства УЭП – равновесная динамика массивного однородного трехмерного шара, стоящего на своей нижней точке в классическом поле тяжести (равновесная динамика «вертикального шара»).*

*Ее односвязно аналитическое возмущение является уже моделью фазового потока УЭП,*

*Это отображение фазового потока «вертикального шара» эквивалентно отображениям*

- упорядоченного глобального изоморфизма  $N\mathbb{S}^3 \cong T\mathbb{S}^3$  нормального расслоений  $\mathbb{S}^3$
- канонического непрерывного качения трехмерной сферы  $\mathbb{S}^3$  по трехмерному пространству  $\mathbb{E}^3$ , реализуемого непрерывным качением по ее выделенной локсодроме
- отображению канонического адиабатического качения однородного массивного шара по плоскости, ортогональной силовым линиям плоско-параллельного поля тяжести.
- отображение прямолинейного потока на трехмерной бутылке Клейна  $Kl^3$ ; граница «вертикального 3d-шара» - нетривиально динамическая; эта скрытая динамика
  - имеет размерность, равную 20-ти (в случае аффинного вещественного времени)
  - непрерывно-дискретную (эквивариантную дзета-функциональную) топологию.

Геометрической моделью канонического генератора (канонического спектра) фазового потока «вертикального шара» является **фазовый поток «вертикального тетраэдра» - массивного однородного тетраэдра, стоящего на выделенной нижней вершине в классическом поле тяжести.**

**Уравнения Эйлера-Пуассона в точности являются корректно определенным дифференциалом канонической  $\mathbb{Z}_2$ -градуированной стереографической проекции (она «динамическая функциональная») фазового потока «вертикального шара» на касательные плоскости к его «нижней» и «верхней» точке, ортогональные линиям плоско-параллельного поля тяжести.**

Эффект вертикальной стабильности динамики шара состоит в том, что, скрытым образом,

- шар стоит не на своей нижней точке, а на выделенной точке 3d-бутылки Клейна  $Kl^3$  – «ее центре», в котором она «перекручивается»
- канонический прямолинейный поток на  $Kl^3$  имеет механический смысл автостабилизации шара в (фазовом) вертикальном равновесии.

Таким образом, «вертикальный шар» - заведомо не классическая, а по сути квантовая система. Но при этом, она является *аффинно-аналитической* – таков класс гладкости ее естественных эквивариантных стереографических проекций, сохраняющих вертикальную ось симметрии шара.

*Из-за своей "вертикальности" этой системы нет в «классике» (несмотря на ее физическую корректность), также как и «вертикального маятника» - ее одномерного сечения.*

Важно отметить, «вертикальный шар» является физически наглядной реализацией тривиального волчка.

Равновесная динамика «вертикального шара» также представляет равновесную динамику «вертикального маятника».

Гамильтониан нижнего равновесия этих эквивалентных гамильтоновых систем имеет вид канонической непрерывной структуры/связности/триангуляции

$$F_* = e^{t^2 - |\vec{v}|^2 - |\vec{\omega}|^2}$$

на трехмерной сфере  $\mathbb{S}^3$ , также представляющей потенциал «диагонального» потока больших кругов на  $\mathbb{S}^3$ .

$$F_* = \text{Trace}([Z_0^{\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3}, Z_0^{\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3}]) = \text{Trace } Z_{0,c^0,eq}^{\mathbb{E}^3},$$

где  $Z_{0,c^0,eq}^{\mathbb{E}^3}$  – отображение центральной симметрии  $Z_0^{\mathbb{E}^3}$  с канонической односвязно непрерывной структурой.

Пара  $(\mathbb{S}^3, F_*)$  представляет глобальную трехмерную сферу  $\mathbb{S}^3$  – корректно определенное каноническое глобальное касательное расслоение сферы  $\mathbb{S}^3$ .

Это *фазовое* пространство равновесной динамики волчков, описываемых УЭП, под действием классической силы тяжести и силы реакции опоры в точке закрепления в *эйлеровом описании их фазового потока*. Групповая структура на глобальной сфере  $(\mathbb{S}^3, F_*)$  имеет вид генератора симметрии  $Z_{0,an}^{\mathbb{E}^3}$  с *четным* упорядочением ее канонических образующих *Sym, Rot*, где

- *Sym* = «зеркальная симметрия относительно центра *O*»,
- *Rot* = «поворот относительно центра *O* на угол  $\pi$ ».

Пару  $(\mathbb{S}^3, F_*)$  можно интерпретировать как

- каноническое конфигурационное пространство УЭП
- сферу  $\mathbb{S}^3$  с канонической триангуляцией, где  $F_*$  – ее потенциал.

Именно (только) для случая трех классических (аффинных) степеней свободы корректно определена двойственная система к системе  $(\mathbb{S}^3, F_*)$  – равновесная динамика вертикального маятника в верхнем равновесии, моделируемая стержнем, ортогональным к плоскости Лобачевского (ее модели Пуанкаре-Клейна в 2d-диске) в ее свободной точке.

Гамильтониан этой гамильтоновой системы имеет вид канонической непрерывной структуры

$$F^* = \ln(t^2 - |\vec{v}|^2 - |\vec{\omega}|^2)$$

на трехмерном пространстве Лобачевского  $\Lambda^3$ , также представляющей потенциал «диагонального» потока больших кокругов на  $\mathbb{S}^3$  (потока больших проективных прямых на стандартном трехмерном проективном пространстве) и имеется двойственное к  $F_*$  - следовому представлению инвариантное детерминантное представление

$$F^* = \text{Det } Z_{0,c^0,eq}^{\mathbb{E}^3}.$$

Таким образом, пара  $(\Lambda^3, F^*)$  представляет глобальное трехмерное проективное пространство  $P^3$  – корректно определенное каноническое глобальное нормальное расслоение сферы  $\mathbb{S}^3$ .

Пара  $(\Lambda^3, F^*)$  представляет универсальное *фазовое* пространство равновесной динамики волчков, описываемых УЭП, под действием классической силы тяжести и силы реакции опоры в точке закрепления в *лагранжевом описании их фазового потока*. Групповая структура на глобальном проективном пространстве  $(\Lambda^3, F^*)$  имеет вид генератора симметрии  $Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3}$  с *нечетным* упорядочением ее образующих *Sym, Rot*.

Пару  $(\mathbb{S}^3, F^*)$  можно интерпретировать как каноническое импульсное пространство УЭП.

Каноническая двойственность между эйлеровым и лагранжеевым описаниями фазовой динамики УЭП реализуется каноническим аналитическим описанием их фазового потока, представляемого симметрией  $Z_{O,an,eq}^{\mathbb{R}^3}$  с симметризованным порядком ее образующих  $Sym, Rot$ .

Эта двойственность между базовыми описаниями

- реализует каноническую диагональ эйлера и лагранжева описаний фазового пространства УЭП
- эквивалентна отображению фазового потока равновесной динамики «вертикального маятника» или «вертикального шара».

Аналитическая структура этой двойственности представляется дифференциалом  $D_{Kl^3}$  инварианта Ковалевской  $F_{Kow}$ , имеющего вид потенциала канонического прямолинейного потока на канонической 3d-бутылке Клейна (экспоненты ее канонической диагонали):

$$|(\omega_1 + i\omega_2)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2)| = D_{Kl^3}(F_{Kow}) = D_{Kl^3}(|(\omega_1 + i\omega_2)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2)|^2)$$

Геометрическая структура этой двойственности представляет каноническую непрерывную структуру/связность на сфере  $\mathbb{S}^3$ .

**Ключевое наблюдение** здесь состоит в том, что эта двойственность эйлерового и лагранжего описаний фазового потока УЭП имеет одну аффинную степень свободы – канонический непрерывный цикл на глобально плоском многообразии  $Kl^3$ .

**Замечание.** Функции  $F_*, F^*$  - аффинно функционально независимые интегралы УЭП (как потенциалы непрерывного продолжения его фазового потока инволюцией обратимости по времени). Классика запрещает их существование.

### 35. Аналитическая двойственность динамики «вертикального маятника» и динамики «вертикального шара» как эквивалентность нормальной и интегрируемой форм аналитической теории возмущений для УЭП

**Кинематическая двойственность:** двойственность для равновесной динамики «вертикального маятника» и равновесной динамики «вертикального шара» – нормальная (неприводимая) форма исходного фазового пространства УЭП, представляющая каноническое односвязное непрерывное продолжение этого классического фазового пространства в бесконечность классического (аффинного) времени.

**Динамическая двойственность:** двойственность для динамики «вертикального маятника» и динамики «вертикального шара» – нормальная (неприводимая) форма фазового потока УЭП, представляющая каноническое односвязное аналитическое продолжение фазового потока волчка Эйлера в сепаратрису его фазовой динамики.

Физическим смыслом этой динамической двойственности являются автоколебания («автовыходы из авторавновесия»)

- «вертикального шара»
- «вертикального маятника».

**Моды этих автоколебаний соответствуют в точности интегрируемым случаям УЭП.**

Такую динамическую (mod кинематическую) двойственность естественно интерпретировать как нормальную форму аналитической теории возмущений для УЭП.

Нормальная форма аналитической теории возмущений для УЭП также в силу ее аналитической функциональной Галуа-симметричности является канонической интегрируемой формой этой теории.

Под «канонической интегрируемой формой» понимается предполагаемое свойство «универсальной интегрируемости», т.е. содержащее «все виды интегрируемости».

#### **Гамильтонианом равновесной динамики**

- «вертикального шара» является функция  $F = |(\omega_1 + i\omega_2)^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2)|$ , см. п. 14
- «вертикального маятника» является функция  $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ .

Двойственность «вертикальный шар» - «вертикальный маятник» состоит в типе двойственности «энергия-время», или «энергия» - «кинетический момент», имея вид:

- фазовая динамика «вертикального шара» представляет полную энергию «вертикального маятника» («энергия»)
- фазовая динамика вертикального маятника представляет общее решение для «вертикального шара» («время»).

Фазовым пространством этих обоих гамильтоновых систем является глобальная трехмерная сфера  $\mathbb{S}^3$  (в УЭП-контексте на нее можно смотреть как на канонический трехмерный аналог обычной тригонометрической окружности  $e^{it}$ ).

Дифференциал глобальной сферы  $\mathbb{S}^3$  имеет вид кинематических граничных условий для динамических уравнений Эйлера-Пуассона (это кинематические уравнения Пуассона); данная структура (связность) – также каноническая непрерывная структура на евклидовом пространстве  $\mathbb{E}^3$ ; ее дифференциал корректно определен в силу ее дифференциально-геометрической плоскости).

Потенциал этой связности в УЭП-координатах  $\vec{\gamma}, \vec{\omega}$  имеет вид функции  $F$ .

Функция  $F_*$  является новым интегралом уравнений Эйлера-Пуассона (так называемым «4-м интегралом», в соответствии с классикой позволяющим их полностью проинтегрировать в классическом смысле).

Функция  $F_*$  представляет каноническую функцию Морса на  $5d$ -мерной сфере  $\mathbb{S}^5 - \mathbb{Z}_2^{\text{УЭП}}(\mathbf{t})$ -компактификации фазового УЭП-пространства  $\mathbb{R}^6(\vec{\gamma}, \vec{\omega})$ .

**Замечание о связи с уравнениями на «трансценденты Пенлеве».** Нетривиальность таких динамических систем как

- «вертикальный маятник»
- «тетраэдральный осциллятор»

отражает следующее обстоятельство: уравнения их автоколебаний «вертикального маятника» в естественных аффинных координатах является уравнением Пенлеве-6, имеющим нетривиальную и зависящую от аффинного времени структуру.

### **36. Скрытая функционально-арифметическая структура динамики УЭП**

Глобально инвариантный аналитический подход к УЭП приводит к их общему решению с функционально арифметической структурой.

Конкретнее, для УЭП имеется каноническая теория Галуа, приводящая к их точному общему решению в специальных дзета-функциях.

Динамический смысл УЭП-эквивариантной теории Галуа – параметризация фазовых траекторий УЭП аналитическим временем, представляющим классическое аффинное время, компактифицированное *скрытой инволюцией*  $\mathbb{Z}_2^{\text{УЭП}}(t)$  *обратимости по времени* УЭП.

Мы предполагаем, что *такая параметризация представляет модель реального времени*.

Имеется соответствие «эквивариантная геометрия – эквивариантная арифметика»:

- большие круги на сфере  $\mathbb{S}^3 \leftrightarrow$  модулярные кривые с индуцированной параметризацией, индуцированной отображением канонической глобальной параметризации сферы  $\mathbb{S}^3$  каноническим прямолинейным потоком на трехмерной бутылке Клейна  $Kl^3$
- большие *ко*круги на сфере  $\mathbb{S}^3$  (это большие круги, вложенные в корректно определенное нормальное расслоение сферы  $\mathbb{S}^3$ )  $\leftrightarrow$  эллиптические кривые с рациональными коэффициентами.

В этом контексте эквивариантной теории Галуа с симметрией  $\exp Gal(\mathbb{Q}\sqrt{(-1)^{\frac{p-1}{2}}p})(t)$

- множество начальных условий УЭП представляет множество нулей дзета-функции  $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$  (с естественным упорядочением), представляющей канонический (Галуа-) разрешимый УЭП-эквивариантный спектральный полином
- дзета-функциональное общее решение УЭП – дискриминант Галуа-разрешимого полинома  $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ .

### 37. Общее решение УЭП - каноническая глобальная (аффинно трехмерная) экспонента, ассоциированная с дзета-функцией Римана

С дифференциально-геометрической точки зрения Галуа-симметрия УЭП имеет потенциал в виде канонической трехмерной экспоненты  $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ , представляющей общее решение УЭП.

Трехмерная экспонента  $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$  представляет каноническую аффинно трехмерную экспоненциальную структуру (связность) в евклидовом трехмерии  $\mathbb{E}^3$ , реализую его структурно нетривиальное односвязное аналитическое *самоподобие/автогомотегию* относительно выделенного центра в  $\mathbb{E}^3$ .

Естественная связь с УЭП определяется тем, что трехмерная экспонента определяется уравнением самоподобия глобального 3d-шара  $B^3$ :

$$\dot{B}^3 = B^3.$$

Трехмерная экспонента  $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$  представляет гамильтониан

- канонического односвязно аналитического вращения 3d-шара  $B^3$
- канонического односвязно аналитического потока больших кругов на сфере  $\mathbb{S}^3$
- канонического а односвязно аналитического качения геометрической точки по сфере  $\mathbb{S}^3$
- канонического односвязно аналитического центрально-подобного вращения в евклидовом пространстве  $\mathbb{E}^3$ .

Трехмерная экспонента  $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$  является канонической односвязной компактификацией классической одномерной экспоненты.

Трехмерная экспонента  $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$  имеет нетривиальную дискретно-функциональную структуру, ассоциированную с дзета-функцией Римана (это ее каноническая односвязная специализация – см. [14]).

### 38. Аналитическая структура и интерпретации дзета-функционального общего решения УЭП на базе глобальной геометрии

Явная структура трехмерной экспоненты реализуется канонической односвязной аналитизацией автоморфной формы  $\Delta_{12}(q)$  веса 12, представляющей каноническую координатную запись аналитической односвязной монодромии правильного тетраэдра, вписанного в конфигурационную сферу (конфигурационное пространство) УЭП.

Трехмерная экспонента имеет нетривиальную гомологическую структуру в виде нетривиальных циклов, представляющих следующие эквивалентные объекты:

- класс (новых) специальных аналитических функций, представляемых экспонентами от  $\zeta(s, E/\mathbb{Q})$
- потенциалы циклов канонического аналитического поворота сферы  $\mathbb{S}^3$
- циклы канонической аналитической структуры/связности на группе  $SO(3)$  или на трехмерной сфере  $\mathbb{S}^3$ , представляемой функцией  $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$
- циклы односвязно аналитического самоподобия/автогомोटетии сферы  $\mathbb{S}^3$
- циклы канонического односвязно аналитического центрально-подобного вращения в евклидовом пространстве  $\mathbb{E}^3$
- циклы односвязно аналитического самоподобия исходного  $(3+3+1)$ -мерного фазового пространства УЭП.

Геометрическая естественность трехмерной экспоненты – это отображение канонического аналитического центрально-подобного вращения правильного тетраэдра в  $\mathbb{E}^3$  вокруг его выделенного центра.

Теория Галуа для УЭП с симметрией  $\exp Gal(\mathbb{Q}\sqrt{(-1)^{\frac{p-1}{2}}p})(t)$  реализует симметрию канонического локсодромического потока больших кругов на трехмерной сфере  $\mathbb{S}^3$  (с аффинно аналитическим классом гладкости над  $\mathbb{R}$ ).

Большие круги сферы  $\mathbb{S}^3$  реализуют

- *четные подстановки* эквивариантной теории Галуа (с аффинной проекцией в виде поля мероморфных функций)
- конфигурационные траектории УЭП.

Большие *ко*круги сферы  $\mathbb{S}^3$  реализуют

- *нечетные подстановки* эквивариантной теории Галуа (с аффинной проекцией в виде поля мероморфных функций с специальной адельной нормой)
- фазовые траектории УЭП.

Таким образом, все эти конфигурационные и фазовые траектории – периодические орбиты фазового потока УЭП.

Классические решения являются каноническими аффинными проекциями этого периодического аналитического отображения (с функциональной топологической структурой), включая конечномерную квазипериодическую динамику (на лиувиллевых торах случаев интегрируемости УЭП в смысле Лиувилля-Арнольда).

Данная (УЭП-неэквивариантная) динамика в качестве потенциалов имеет гамильтонианы классических случаев интегрируемости УЭП, определенных над формальным аффинным временем.



### 39. Редукция УЭП на одномерную динамическую функциональную систему на окружности как эквивариантная теория Галуа

Симметрия  $Gal(\mathbb{Q}\sqrt{(-1)^{\frac{p-1}{2}}p})(t)$  определяет

- каноническое упорядочение фазовых состояний (точек) УЭП, описывая его динамику глобально (в одной карте). Механически это описание соответствует равновесности однородного массивного шара  $B^3$ .
- УЭП-эквивариантное отображение Фробениуса (ассоциированное с УЭП-эквивариантной симметрией Галуа)
- представляет отображение потока на каноническом диагональном цикле трехмерной бутылки Клейна
- каноническую натуральную параметризацию
  - точек равновесного шара  $B^3$
  - точек равновесного «вертикального маятника».

**Потенциал УЭП-эквивариантного отображения Фробениуса имеет как раз вид общего решения УЭП - функции  $\exp \zeta(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q))$ .**

И именно это отображение с нетривиальной Галуа-структурой и является корректной «аффинно одномерной» редукцией исходной конфигурационно *аффинно трехмерной* динамической системы (УЭП) на конфигурационно *аффинно одномерную* динамическую систему («вертикальный маятник»).

Редуцированная *аффинно одномерная* система эквивалентна следующим механическим системам, имеющим классический вид:

- отображению момента для массивного однородного шара – равнодействующему моменту сил тяжести и реакции опоры, действующих на шар
- автоколебательной динамикой «вертикального маятника» (эквивалентно – каноническим односвязно аналитическим продолжением динамики классического математического маятника в его вертикальное равновесие),
  - аналитически и физически реализуемой только в конфигурационном *физическом* трехмерии
  - *допускающей аффинное представление динамики в виде уравнения Пенлеве-6* (см. [2]).

### 40. Тетраэдральный осциллятор – конфигурационно трехмерная модель с квантовой структурой для динамики классических УЭП

Редуцированная аффинное одномерная система для УЭП также эквивалентна следующей механической системе, имеющей квантовую структуру «тетраэдрального осциллятора» и ассоциированную с вертикальным маятником:

**правильный 2d-тетраэдр с аналитической пружиной вдоль (вместо) его выделенной реберной медианы.**

Гамильтонианом «тетраэдрального осциллятора» является функция  $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$  в естественных координатах на паре (правильный 2d-тетраэдр, его выделенная реберная медиана).

Имеется двойственность (эквивалентность) состоящая в том, что аффинно одностепенной гамильтониан «тетраэдрального осциллятора» является общим решением аффинно трехстепенных УЭП.

Полный набор глобально аналитических инвариантов УЭП (это дополнительные интегралы Эйлера, Лагранжа, Ковалевской) эквивалентен полному набору интегралов (в классической терминологии) «тетраэдрального осциллятора».

#### 41. Чисто мнимый осциллятор – струнная модель УЭП

*Отображение фазового потока УЭП имеет вид отображения аналитической центральной суперсимметрии (см. пп. 26, 27), где к двум образующим классической центральной симметрии добавлена «аналитическая суперобразующая»*

$$Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3} \cong Z_{0,an,eq}^{\mathbb{E}^3}(\mathbf{Sym}, \mathbf{Rot}, \mathbf{Sym} \cong \mathbf{Rot})$$

где

- **Sym** – отображение зеркальной симметрии евклидова пространства  $\mathbb{E}^3$  относительно его выделенного центра **O**
- **Rot** – отображение поворота пространства  $\mathbb{E}^3$  относительно его выделенного центра **O**
- **Sym**  $\cong$  **Rot** – корректно определенное (для случая трехмерного  $\mathbb{E}^n$ ) диагональное отображение
- **$i_+$**  = **Gener Sym** – генератор аддитивной групповой структуры на поле комплексных чисел  $\mathbb{C}$  (или, эквивалентно – на окружности  $\mathbb{S}^1$ :  **$i_+$**  = **Gener( $\mathbb{S}^1_+$ )**)
- **$i_×$**  = **Gener Rot** – генератор мультипликативной групповой структуры на поле комплексных чисел  $\mathbb{C}$  (или, эквивалентно – на окружности  $\mathbb{S}^1$ :  **$i_×$**  = **Gener( $\mathbb{S}^1_×$ )**)
- **$i_{diag}$**  = **Gener(Sym  $\cong$  Rot)** – генератор корректно определенной диагонали.

Симметрия, определяющая «чисто мнимый осциллятор» имеет вид

$$Z_{0,an}^{\mathbb{E}^3} \cong Z_{0,an}^{\mathbb{E}^3}(\mathbf{Sym}, \mathbf{Rot}) \cong Z_{0,an}^{\mathbb{E}^3}(i_+, i_{diag}, i_×).$$

Спектральная (дискриминантная) кривая УЭП в «представлении чисто мнимого осциллятора» имеет вид

$$E = \{y^2 = (x - i_+)(x - i_{diag})(x - i_×), y \in Im \mathbb{C}[i_+], x \in Im \mathbb{C}[i_×]\}.$$

Кривую *E* геометрически можно интерпретировать как чисто мнимую струну. Ее колебания

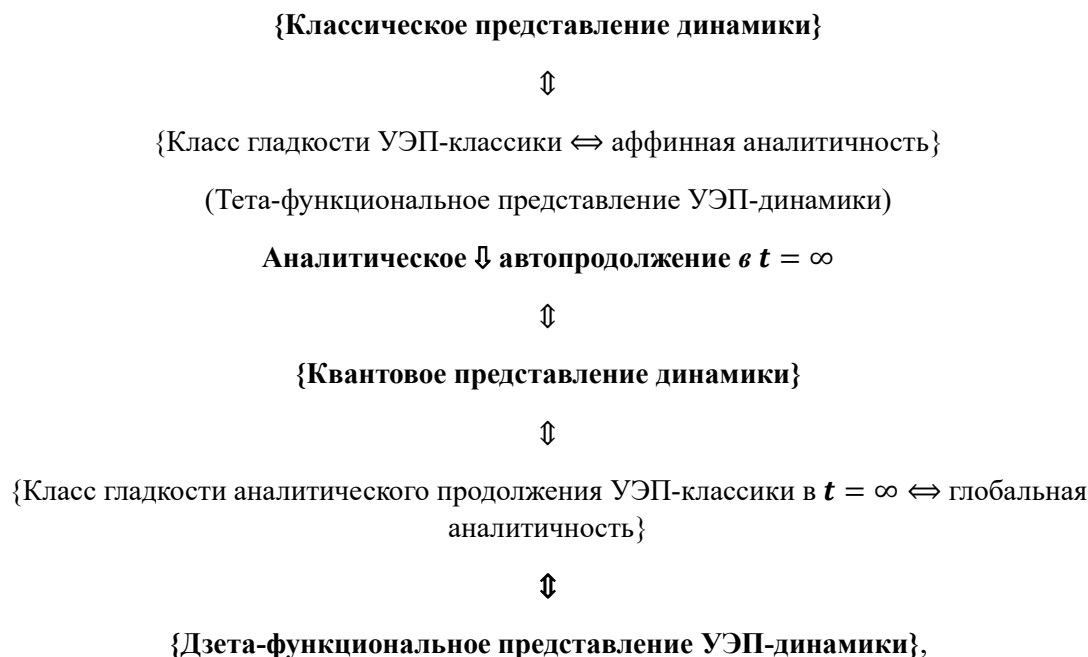
- являются автоколебаниями и представляют фазовый поток УЭП.
- представляет орбиту УЭП-эквивариантного спаривания между вещественными (тривиальными) и мнимыми (нетривиальными) нулями общего решения УЭП – эквивариантной специализации дзета-функции Римана.

Замечание. По сути, «чисто мнимый осциллятор» представляет собой исключительно замечательную модель Гредакс (Гребеникова-Демина-Аксенова) гравитационного потенциала Земли, затронутую в [1].

#### 42. Иерархическое соотношение классической механики и квантовой физики в рамках категории аналитических отображений

*Классическое (УЭП) и квантовое (тетраэдрально-осцилляторное) представления описания свойства канонической фазовой твердотельности как аффинного и глобального*

представлений свойства аналитичности фазового потока УЭП, что схематично выглядит следующим образом:



где «глобальная аналитичность» – каноническое аналитическое продолжение классической «аффинной аналитичности» в ее особенности (точки закрепления волчков, сепаратрису фазовой динамики волчка Эйлера, особенности углов Эйлера, ...).

Важно, что конструктивным результатом такого аналитического продолжения является каноническая глобальная односвязно аналитическая структура на сфере  $\mathbb{S}^3$ .

В этом контексте «эквивариантного аналитического продолжения» отображение квантования классической аффинной динамики УЭП состоит в ее вложении (посредством канонического аналитического продолжения) в канонический прямолинейный поток на корректно определенной диагонали - канонической трехмерной бутылке Клейна  $Kl^3$ .

### 43. Скрытые неклассические граничные условия для УЭП

Следующие эквивалентные динамические системы определены («лежат») на бесконечности формального (классического) аффинного времени:

- массивный однородный шар в состоянии безразличного равновесия на плоскости, ортогональной силовым линиям классического поля тяжести
- каноническое непрерывное вращение стандартного 3d-шара вокруг его центра
- универсальный аттрактор в трехмерном евклидовом пространстве (см. [18]).

Данные динамические системы представляют скрытые граничные условия для УЭП, пропущенные классикой.

### 44. Фундаментальная роль трехмерной бутылки Клейна в канонической линеаризации УЭП

Фазовый поток УЭП эквивалентен каноническому производному прямолинейному потоку на трехмерной бутылке Клейна  $Kl^3$  с выделенной точкой.

Дифференциал этого потока в выделенной точке в аффинных координатах на евклидовом пространстве  $\mathbb{E}^3$  в точности представляется УЭП.

Собственно канонический прямолинейный поток на многообразии  $Kl^3$  линеаризует УЭП, являясь якобианом отображения их фазового потока.

Аналитическая структура (УЭП-эквивариантность накладывает на нее дополнительное требование односвязности) на  $\mathbb{S}^3$  как функциональный комплекс реализуется отображением канонической самодвойственности  $\mathbb{S}^3$  с каноническим генератором, изоморфным отображению канонической аналитической самодвойственности двумерного правильного тетраэдра.

Данные такой аналитической структуры эквивалентны

- данным УЭП как классического обыкновенного дифференциального уравнения
- данным канонического аналитического расслоения Хопфа на трехмерной сфере  $\mathbb{S}^3$
- данным канонического потока больших кругов на глобальной  $\mathbb{S}^3$
- данным автоколебаний «вертикального маятника»
- данным автоколебаний «тетраэдрального осциллятора»
- данным автоколебаний «чисто мнимого осциллятора».

#### **45. Соответствие УЭП - NS в контексте возможного соответствия между дзета-функциональной структурой их точных решений**

Возможно, после работ, затронутых в докладе [3], можно думать о следующем соответствии между уравнениями Эйлера-Пуассона и Навье-Стокса (УЭП - NS) «в целом» в естественном контексте:

*фазовый поток УЭП реализует «фазово жесткую» (идеальную) жидкость, а фазовый поток уравнений NS – «асимптотически фазово жесткую» (асимптотически идеальную) жидкость.*

В контексте информации из доклада [3] это соответствие «в целом» можно попробовать детализировать.

В рамках этой пробной детализации приведем, пока без комментариев, ряд возникающих возможных параллелей между уравнениями Эйлера-Пуассона и уравнениями Навье-Стокса, основанных на дзета-функциональной структуре решений УЭП ([1], [2]) и соответственно NS ([3]):

- редукция на одномерные динамические системы и ассоциированный дуализм
- появление фундаментальной дзета-функциональной арифметики в точных решениях УЭП и NS
- $\delta$ -функциональные структуры точных решений уравнений УЭП и петлевой редукции NS
- квантовая структура фазового потока классических уравнений УЭП и NS
- аттракторные структуры УЭП и NS в фазовом пространстве
- графические визуализации точных решений УЭП и NS
- струнные структуры квантовой теории поля в контексте возможного соответствия

Также приведем ряд возможных соответствий:

- *кардинальное противоречие точной разрешимости УЭП КАМ-теории – теории Колмогорова-Арнольда-Мозера (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  кардинальное противоречие точного решения петлевой редукции NS теории Колмогорова – теории K41 (NS-сторона)*

- механическое равновесие (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  термодинамическое равновесие (NS-сторона)  
«аналитический маятник – аналитический тетраэдральный маятник» - «чисто мнимый осциллятор» (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  «аналитическая струна» (NS-сторона).
- *глобальное* расслоение Хопфа трехмерной сферы с его координатами в виде функционального уравнения для односвязной специализации дзета-функции Римана (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  уравнение Хопфа для «петлевого анзаца» NS (NS-сторона)
- двояко-асимптотическое решение УЭП (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  инстантонные решения петлевой редукции NS на уравнение Шредингера (NS-сторона)
- маятниковая модель УЭП (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  петлевая модель NS (NS-сторона)
- соответствие «УЭП – уравнения Ковалевской»  $\leftrightarrow$  *AdS/CFT*-соответствие для пары «NS – петлевая редукция NS» (NS-сторона)
- системы корней для симметрий УЭП (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  звездчатые многогранники в петлевой редукции NS (NS-сторона).

В этом контексте «потенциального параллелизма» возникает вопрос о структуре соответствия «точной разрешимости»:

- точная разрешимость УЭП в специальных дзета-функциях (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  ? (NS-сторона)
- атрибуты УЭП как интегрируемой системы (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  ? NS-сторона)
- интерпретации точной разрешимости УЭП (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  ? (NS-сторона)
- ? (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  инстантонные решения (NS-сторона)
- ? (УЭП-сторона)  $\leftrightarrow$  редукция к уравнения Шредингера NS-сторона).

Принципиальным в рамках рассматриваемого «дзета-параллелизма» УЭП-NS должно быть установление соответствия:

{Аналитический класс гладкости УЭП} ?  $\leftrightarrow$  ? {классы гладкости решений уравнений NS}.

Все это ведет к вопросу: возможна ли постановка и в какой форме задачи о точной разрешимости «неразрешимых» уравнений NS?

И например, насколько возможны в интерпретационном и прикладном контексте соответствия глобального прикладного характера:

- ось вращения волчка Ковалевской и ее интерпретация как модель оси вращения Земли (УЭП-сторона) – выделенная петля петлевой редукции NS и нет ли ее глобальной интерпретации как течения Гольфстрим?
- ? (УЭП-сторона) – цунами, ураганы, торнадо, циклоны (NS-сторона).

## Литература

- [1] Аббаров Д.Л. Точная разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона: дзета-функции и глобальная динамика. М.: Научный мир, 2021, 614 с.
- [2] Abrarov D.L. General solution of the Euler-Poisson equations as a generator of universal perturbations theory in the context of the Langlands program and applications to problems of the theory of elementary particles and optimal control in real physical time. Intellectual Archive, natural science, mathematics, 91 p.,  
[https://www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=1tWZu2JLWQs&orig\\_file=EPEgenPertThLanglandsGrav.pdf](https://www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=1tWZu2JLWQs&orig_file=EPEgenPertThLanglandsGrav.pdf)

- [3] Migdal Alexander. Duality of Fluid Mechanics and Solution of Decaying Turbulence. Talk at IAS, Analysis and Mathematical Physics seminar, Princeton, USA, November 5, 2024
- [4] Пуанкаре А. Избранные труды в 3-х томах. Т.1. Новые методы небесной механики. Изд-во Наука. 1971 г.
- [5] Козлов В.В. Методы качественного анализа в динамике твердого тела. М.: Изд-во МГУ, 1980, 232 с.
- [6] Козлов В.В. “К задаче Пуанкаре о третьем интеграле уравнений вращения тяжелого несимметричного волчка”, *Изв. РАН. Сер. матем.*, **88:6** (2024) (в печати); ссылка на видео [https://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option\\_lang=eng&presentid=41731](https://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option_lang=eng&presentid=41731)
- [7] Мисюра Н.Е., Митюшов Е.А. Кватернионные модели в кинематике и динамике твердого тела. Изд-во УрФУ, 2020, 120 с.
- [8] Matiyasevich Yu.V. Stop circles drown by Riemann’s zeta function and some other its nearby properties. Препринт ПОМИ 2/2019
- [9] Абларов Д.Л. Физическая арифметика: приложение дзета-функциональной модели интегрируемой теории возмущений к вычислению фундаментальных физических постоянных. 18-я Российская гравитационная конференция - Международная конференция по астрофизике, космологии и гравитации. Тезисы докладов. Казань, КФУ, 25-29 ноября, 2024
- [10] Манин Ю.И. Панчишкин А.А. Введение в современную теорию чисел. М.: МЦНМО, 2009, 552 с.
- [11] Абларов Д.Л. Трехмерная дельта-функциональная структура точного общего решения уравнений Эйлера-Пуассона динамики классических волчков. 18-я Российская гравитационная конференция - Международная конференция по астрофизике, космологии и гравитации. Тезисы докладов. Казань, КФУ, 25-29 ноября, 2024.
- [12] Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1974. 432 с.
- [13] Adlaj S.F.. The Euler top and Lagrange top as two special case of the Galoi-top. Talk at Polynomial Computer Algebra Conference. Euler International Mathematical Institute, Saint Petersburg, Russia, April 17, 2024.  
<https://pca-pdmi.ru/2024/files/25/PCA2024GaloisTop.pdf>
- [14] Abrarov D.L. General solution of the Euler-Poisson equations as the canonical functional exponent associated with the Riemann zeta-function in real-time context// Intellectual Archive, natural science, mathematics, 78p,  
[www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMlNlF&orig\\_file=AbrarovDLexp.pdf](http://www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMlNlF&orig_file=AbrarovDLexp.pdf)
- [15] Ковалевская С.В. Задача о вращении твердого тела около неподвижной точки. Научные работы. М.: Изд-во АН СССР, 1948, с. 153-220.
- [16] Kopytov N.P. Using wireless sensors to monitor rotational motions of a “free flight” of a rigid body. July 30, 2024 Session of the V.V. Shevchenko Seminar on Algebraic Methods in Theoretical Mechanics.  
Available at [https://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?presentid=43777&option\\_lang=eng](https://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?presentid=43777&option_lang=eng).

- [17] Adlaj S. Torque free motion of a rigid body: from Feynman Wobbling plate to Dzanibekov flipping wingnut. Available at <https://semjonadlaj.com/SP/TFRBM.pdf>.
- [18] Abrarov D.L. Analytical supersymmetry of the Kowalewskaya top as a key counterexample to the KAM-theory and as a tool for its global zeta-correction based on the real-time model, 70 p. [https://www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=LfNZqlrqoUL&orig\\_file=SuperKowDšD□DœzetaCounterExample.pdf](https://www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=LfNZqlrqoUL&orig_file=SuperKowDšD□DœzetaCounterExample.pdf)
- [19] Abrarov D.L. The fundamental counterexample to KAM-theory: non-existence of toroidal KAM-dynamics and equivariant correction of KAM-chaos. Intellectual Archive, natural science, mathematics, 20 p., [https://www.intellectualarchive.com/getfile.php?file=jWjxTv52UvI&orig\\_file=%D0%9A%D0%90%D0%9Cfake.pdf](https://www.intellectualarchive.com/getfile.php?file=jWjxTv52UvI&orig_file=%D0%9A%D0%90%D0%9Cfake.pdf)
- [20] Колмогоров А.Н. Общая теория динамических систем и классическая механика. Международный математический конгресс в Амстердаме, 1954 г. // Обзорные доклады / Пер. с англ., франц. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961, с.187-208.
- [21] Abrarov D.L. Relativistic pendulum-oscillator model of the Earth-Moon system. [www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=ci9O1OjfJBj&orig\\_file=PendOscModelEarth-MoonSystem.pdf](http://www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=ci9O1OjfJBj&orig_file=PendOscModelEarth-MoonSystem.pdf)
- [22] Wiles A. Modular elliptic curves and Fermat's last theorem// Ann.Math.(2). 1995. V.141. pp. 443-551.
- [23] Taylor R., Wiles A. Ring-theoretic properties of certain Hecke algebras// Ann.Math.(2). 1995.
- [24] Frey G. Links between stable elliptic curves and certain diophantine equations// Number Theory, Lecture Notes 1380, Springer-Verlag, New-York, 1987, pp, 31-62.
- [25] Bruno A.D., Batkhih. New cases of integrability of the Euler-Poisson system. Talk at Polynomial Computer Algebra Conference. Euler International Mathematical Institute, Saint Petersburg, Russia, April 16, 2024.