

Analytical supersymmetry of the Kowalewskaya top as a key counterexample to the KAM-theory and as a tool for its global zeta-correction based on the real-time model

D.L. Abrarov

abrarov@yandex.ru

Abstract. Based on the zeta-functional structure of the general solution of the Euler-Poisson equations from [1], [2], a geometrically and physically meaningful constructive counterexample to KAM-theory is constructed in the form of “universal enveloping KAM-dynamics”, which is canonically generated by the dynamics of the Kowalewskaya top.

The general idea of the counterexample is that toroidal KAM-dynamics is always tautologically embedded in the canonical exponential map of the equivariant extension of three-dimensional Lobachevsky space. This embedding leads to a physically meaningful special zeta-functional reparameterization of KAM dynamics based on a real-time model.

This mapping has a paradoxical mechanical interpretation in the form of the phase flow of a classical mathematical pendulum strictly in vertical equilibrium, conjecturally described in complex time by the Painlevé-VI equation. Also, this mapping has a dynamically attractor and algebraic Galois-solvable structure; is analytically supersymmetric and turns out to be equivalent to the phase flow of the Kowalewskaya top; parameterized by the real time-model in the context of the Grebenikov-Demina-Aksenov model of the Earth's gravitational potential.

The phase flow of the Kowalewskaya top implements the canonical analytical continuation of the classical affine toroidal dynamics of integrable tops to the points of their fixation and axes of their own rotation; this flow represents the canonical normal form of the Euler-Poisson equations and embodying the mechanical meaning of the Painlevé-Kowalewskaya method.

The given counterexample also supplements the classical Liouville-Arnold theorem with the case of a continuous class of smoothness of phase dynamics, which was omitted in the classical consideration. It also implements a dynamic interpretation of the fundamental property of modular parameterizability of elliptic curves with rational coefficients.

An inductive procedure based on the dynamics of the Kowalewskaya top provides the universality of the analytical correction of the KAM-theory in the space of smoothness classes and conjecturally produces a “canonical universal category of integrable systems”.

Keywords: counterexample to KAM-theory, general solution of the Euler-Poisson equations, Kowalewskaya top, global exponentiality, autogyroscopicity, autorecursivity, analytic attractor, correction of KAM-theory, universal enveloping KAM-dynamics, vertical pendulum self-oscillations, three-dimensional Klein bottle, analytic supersymmetry, small denominators, large numerators, graviton, supersymmetry and mirror symmetry in mechanics, Diophantine integrability, analytic Galois theory, mechanical and physical meaning of the FLT solutions and the Beal conjecture, incorrectness of classical theories of non-integrability, correction of theories of non-integrability, Painlevé-VI equation, canonical universal category of integrable systems, superresonant model of the Solar System stability.

1. Идея и структура контрпримера к КАМ-теории: вращение стандартного трехмерного шара аннулирует КАМ-теорию в трехмерии Лобачевского

Данная работа сосредоточена, прежде всего, на *качественном объяснении и интерпретациях принципиальной некорректности КАМ-теории и вытекающей из него структуры конструктивной коррекции этой классической теории*. Работа расширяет (см. пп. 1-29) и уточняет аргументацию из работы [3] (см. пп. 30-48), содержащую некоторые естественные контекстные повторы. Используемые в работе ссылки, как правило, содержат технические детали и призваны сократить изложение. Основные понятия КАМ-теории в сжатом виде содержатся во многих доступных источниках, включая интернет-ресурсы.

Основными общими причинами, мотивирующими проанализировать содержательность КАМ-теории (см., например, являются ее топологическая тривиальность и физическая неконструктивность ее спектральной структуры, особенно обнажающиеся при ее сопоставлении с динамикой точной разрешимости классических механических уравнений Эйлера-Пуассона о вращении тяжелых волчков (см. [1], гл.11, где в определенной степени проведен критический анализ КАМ-теории, а также [2]).

Конструктивный контрпример, с одной стороны, аннулирующий (тривиализующий, адсорбирующий)

- «категорный генератор» КАМ-теории в виде *КАМ-торов*;
- *КАМ-хаос* на базе «малых знаменателей» для динамики «слегка и постепенно» возмущаемых КАМ-торов,

а с другой, – корректирующий КАМ-теорию с ее сценариями динамического хаоса до конструктивной классификации аналитически интегрируемых систем,

основан на скрытой единой конструктивной экспоненциальной структуре рядов, представляющих общее аналитическое возмущение уравнений Эйлера-Пуассона.

Конструкция этого экспоненциального отображения, образно говоря, лежит в каноническом фазовом ортогональном дополнении к конфигурационно трехстепенным лиувиллевым КАМ-слоениям и выглядит следующим совершенно естественным образом:

это каноническое отображение вращения трехмерного стандартного геометрического евклидова шара вокруг своего центра и стягивающее в центр шара все КАМ-торы и все множество малых знаменателей трехстепенной КАМ-теории.

Нетривиальность контрпримера состоит в том, что это вращение шара (обозначаемого B^3) глубоко нетривиально по своей структуре – *это общее решение уравнений Эйлера-Пуассона для описания динамики классических трехмерных волчков, структуру отображения имеющее скрытую высокосимметричную канонического аналитического самоподобия (аналитической автогомометрии) трехмерной сферы* (см. [1], [2]).

Отметим, что по сути, существование этого общего решения формально запрещено соответствующими утверждениями в классическом рассмотрении уравнений Эйлера-Пуассона(см. [4]).

Классические «результаты о несуществовании» не учитывают того, необходимый для их полной интеграции, и в итоге существующий, инвариант (4-й интеграл), скрыто включает в свою область определения *формальную бесконечность времени*.

Данная ситуация имеет место, поскольку этот фундаментальный инвариант представляет потенциал вертикального равновесия классического математического маятника, динамика

которого определена именно над формальной бесконечностью времени и не входит в классическую область определения (см. [1], [2]).

В этом смысле, парадоксальным образом, уравнения Эйлера-Пуассона полностью интегрируются на «вертикальном маятнике». А это обстоятельство, заметим, влечет и неучет классического поля тяжести в классическом рассмотрении.

Также парадоксальным образом *общее решение уравнений Эйлера-Пуассона является результатом интегрирования уравнений случая Ковалевской – их частного случая.*

Парадокс объясняется тем, что *уравнения случая Ковалевской*

эквивалентны уравнениям динамики вертикального маятника и реализуют нормальную форму уравнений Эйлера-Пуассона, описывая каноническое аналитическое вращение геометрически однородного и изотропного трехмерного шара (или – глобального стандартного шара) (см. [1], [2]).

Данное вращение представляет общее аналитическое возмущение фазового потока так называемого тривиального волчка.

Тривиальный волчок пропущен классикой, в частности и потому, что геометрически его фазовый поток имеет существенно проективную реализацию.

Замечание 1.1. Далее, по соображениям объема, в полной степени не детализируется соответствие используемых в тексте конструкций с определениями и результатами КАМ-теории и эту работу еще надо выполнить. Для нас, в целом, важно то, что *предъявляемая как контрпример эквивариантная экспоненциальная динамика, «поглощающая» КАМ-теорию, имеет генератор определенный на пространстве рациональных фазовых векторов, заведомо содержащем малые КАМ-знаменатели.*

2. Динамика уравнений Эйлера-Пуассона в глобальном пространстве Лобачевского

Фазовый поток тривиального волчка реализуется каноническим трехмерным пространством Лобачевского $\Lambda_{\mathcal{C}^0}^3$ с канонической непрерывной функциональной структурой (связностью), где функциональное пространство $\Lambda_{\mathcal{C}^0}^3$ имеет следующие реализации:

- *корректно и канонически определенное глобальное (однокартное в своем атласе) нормальное расслоение $N\mathbb{S}^3$ стандартной трехмерной сферы \mathbb{S}^3 (см. [2]);*
- стандартное трехмерное пространство Лобачевского Λ^3 (определение см. в [5]), канонически непрерывно (класса \mathcal{C}^0) односвязно компактифицированное своим абсолютном (чисто мнимой сферой) посредством своей канонической проективной самодвойственности (т.е. компактификация априорно является *авто*компактификацией);
- орбита отображения канонической *непрерывной* центральной симметрии в евклидовом трехмерии \mathbb{E}^3 с выделенным порядком образующих:
 $\{\text{нечетная (поворот на угол } \pi \text{ относительно выделенного центра в } \mathbb{E}^3)\} \rightarrow \{\text{четная (зеркальная симметрия относительно выделенного центра)}\};$
- *орбита канонической проективной самодвойственности $T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3$ касательного и кокасательного классического 3d-пространства Лобачевского Λ^3 .*

При этом тензор инерции и геометрия точек закрепления волчка Ковалевской являются инвариантами такой производной самодвойственности, представляющей каноническое

двулистное накрытие этих же параметров для «тривиального волчка» посредством симметрии инволюции по времени уравнений Эйлера-Пуассона.

К числу характеристик общего решения уравнений Эйлера-Пуассона, в контексте обсуждаемого контрпримера, также относятся следующие:

- **геометрическая реализация общего решения** орбитой Λ_{an}^3 канонической аналитической односвязной (или аналитически односвязной) изометрии трехмерного пространства Лобачевского Λ^3 ;
 - точки абсолюта пространства Лобачевского Λ^3 параметризуют
 - классы эквивалентности прямолинейных периодических обмоток торов Лиувилля-Арнольда,
 - классы эквивалентности параллельных прямых евклидовом трехмерии \mathbb{E}^3 ,
 - нульмерные циклы абсолюта пространства Λ^3 как периоды канонического непрерывного («адиабатического») вращения шара \mathbf{B}^3 ,
 - открытые дуги абсолюта пространства Лобачевского Λ^3 параметризуют
 - классы квазипериодических таких прямолинейных обмоток,
 - классы эквивалентности скрещивающихся прямых евклидовом трехмерии \mathbb{E}^3 ,
 - одномерные циклы абсолюта пространства Λ^3 как орбиты канонического непрерывного («адиабатического») вращения шара \mathbf{B}^3 ;
- **аналитическая реализация общего решения** экспонентой специальной дзета-функции (это метрика на функциональном пространстве Лобачевского Λ_{an}^3 как аналитическая метрика на пространстве Лобачевского Λ^3).

Каноническое вращение трехмерного шара \mathbf{B}^3 вокруг своего центра имеет естественную каноническую суперсимметричную структуру отображения центральной симметрии, обеспечивающую его физическую твердость (фазовую твердость, геометрическую глобальность), в частности, однозначность поля его угловых скоростей (составляющую, в итоге, физическую суть метода Пенлеве-Ковалевской – каноническую аналитическую функциональную связность на Λ_{an}^3).

То есть, «аналитическая функциональная суперсимметрия», аннулирующая КАМ-теорию – это просто каноническое вращение стандартного геометрического 3d-шара, и это вращение является геометрической реализацией аналитической динамики волчка Ковалевской.

Эквивалентной системой является фазовый поток (автоколебания) вертикального маятника – канонического проективного аналога трехмерного сферического маятника (q -маятника, $\vec{\omega}$ -маятника, см. [6]), в итоге, и реализующий модель эквивариантной коррекции КАМ-теории.

В рамках этой модели классическая трехстепенная КАМ-теория оказывается аффинной картой на аналитическом пространстве Лобачевского Λ_{an}^3 – фазовом потоке q -маятника.

Дифференциальные уравнения для трехстепенной КАМ-теории являются дифференциальной аффинной локализацией фазового потока вертикального маятника, представляющего отображение проективной самодвойственности проективного функционального пространства $\Lambda_{c^0}^3$.

Данная автодуальность, как общее решение уравнений Эйлера-Пуассона (Ковалевской), имеет дзета-функциональную структуру эквивариантной аналитической склейки тета-

квадратур решения Ковалевской ([2]) «через абсолют» пространства Λ^3 и в контексте эффективной модели Грעדэакс гравитационного потенциала Земли **приобретает смысл модели реального времени** (см. п. 25).

Соответственно, в этом «небесно-механическом» контексте, **дополнительный интеграл Ковалевской приобретает физический смысл потенциала модели реального времени**.

3. Нейтрализация малых знаменателей большими числителями с канонической гравитонной структурой

С качественной точки зрения, в контексте физического смысла уравнений Эйлера-Пуассона, аналитическая функциональная суперсимметричная градуировка перенормирует

- резонансную КАМ-динамику в «массивную частицу» («массивное тело» волчка Ковалевской, представляющее корректно определенное глобальное касательное расслоение трехмерной сферы S^3 с аналитической топологией),
- нерезонансную КАМ-динамику – в «гравитацию этой массивной частицы» (**авто**вращение волчка Ковалевской, представляющее корректно определенное глобальное кокасательное расслоение сферы S^3 с аналитической топологией).

Принципиальный момент состоит в том, что каноническими координатами точек на выделенных прямых из пространства $\Lambda_{c^0}^3$ являются числовые наборы **(0, *c*light, +2)**, представляющие канонические координаты на этих прямых:

- **0** - эйлерова характеристика выделенной **аффинной** прямой в $T_*\Lambda^3$
 - индекс отображения **C^0 -центральной симметрии** для центра реберной медианы правильного тетраэдра в \mathbb{E}^3 ,
 - «тензор инерции тензор инерции релятивистского тетраэдра»,
 - «масса» аффинной прямой в Λ^3 ,
 - «масса» реберной медианы релятивистского тетраэдра = сопровождающего аналитические волчки тетраэдра»;
- **+2** - эйлерова характеристика образа выделенной аффинной прямой в $T^*\Lambda^3$ при каноническом изоморфизме проективной самодвойственности $T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3$ для пространства $\Lambda_{c^0}^3$, определяемая как эйлерова характеристика базы расслоения Хопфа для нормального расслоения сферы S^3 – 2d-сферы S^2
 - индекс отображения **непрерывной центральной симметрии** для центра выделенного правильного тетраэдра в \mathbb{E}^3 ,
 - «собственный кинетический момент релятивистского тетраэдра»,
 - порядок отношения инцидентности «точки-прямые» в Λ^3 ;
- ***c*light** – скорость света в вакууме, рассмотренная как
 - эйлерова характеристика отображения самодвойственности $T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3$;
 - индекс отображения **непрерывной центральной симметрии** для выделенной реберной медианы выделенного правильного тетраэдра в \mathbb{E}^3 ,
 - канонический инвариант канонического изотропного расширения Специальной Теории Относительности (СТО) – каноническая координата на каноническом автодуализме $T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3$,
 - канонический масштаб длины в Λ^3 = длина реберной медианы релятивистского тетраэдра.

Опишем структуру вложения множества малых КАМ-знаменателей для уравнений Эйлера-Пуассона в терминах геометрической структуры отображения двойственности векторных

пространств $T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3$, подразумевая далее «под малыми знаменателями» и большими числителями соответствующие вектора и ковектора.

Спектральную структуру соотношения «*малые знаменатели - большие числители*» с качественной точки зрения можно описать следующим образом:

{*малые знаменатели* = канонический аффинный спектр на $\Lambda^3 = \mathbb{Z}$ -точки на выделенной открытой реберной медиане канонического сопровождающего тетраэдра = каноническая решетка в пространстве \mathbb{E}^3 - стандартном аффинном евклидовом 3d-пространстве}

тавтологическое ↯ вложение

{*большие числители* = вектора $(0, c_{light}, +2)$ со свободными выделенными началами = канонический спектр $\Lambda^3 = \mathbb{Q}$ -точки на выделенной ориентированной реберной медиане выделенных сопровождающих тетраэдров = кинетические моменты выделенных сопровождающих тетраэдров = канонический спектр канонического вращения в \mathbb{E}^3 относительно выделенного центра (в итоге, это множество операторов p^{-s} , где p пробегает все простые числа) = каноническая решетка в $\mathbb{E}^3 / \text{Transl } \mathbb{E}^3$ – канонической односвязной компактификации \mathbb{E}^3 }.

Замечание 1.3. *Большие числители аннулируют малые знаменатели* следующим образом: *выделенный тетраэдр вращением со спином +2 разрешает особенность как в своем центре, так и в трехграннике реберных медиан (сопровождающем триэдре)*. Это эквивалентно тому, что «полюсные особенности» (расходимости) КАМ-динамики исчезают (виртуализируются) при учете априорно существующей *групповой* трансляции (параллельного переноса) в евклидовом трехмерии \mathbb{E}^3 . Образом этого естественного аналитического СТО-релятивизма и является массивное тело с гравитацией, т.е. этот релятивизм, по сути, является \mathbb{Z}_2 -градуированным механизмом Хиггса – генерируется не только масса материальной частицы, но и ее гравитация.

В рамках релятивистской геометрической $(T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3)$ -модели фазового потока волчка Ковалевской также получаем следующие интерпретации соотношения «малые знаменатели – большие числители»:

- «*малые знаменатели*» – это
 - точки на аффинных частях (картах) прямых касательного пространства $T_*\Lambda^3$,
 - аффинные точки прямых в $T_*\Lambda^3$ = (аффинные точки) – нульмерная аффинная карта на шаре B^3 ;
 - аффинные точки больших кругов на *3d-сфере S^3 с непрерывной топологией*;
 - аффинные точки на инвариантных прямых отображения четной части отображения «центральной \mathbb{E}^3 -суперсимметрии» - по определению являющимся отображением *непрерывной центральной симметрии в пространстве \mathbb{E}^3* , корректно рассмотренного как суперсимметричное отображение с четной и нечетной образующими и соответствующим соотношением между ними;
 - *аффинные периоды переменных «угол» для канонического равновесия вертикального маятника*;
- «*большие числители*» - это
 - глобально (в единой карте) *проективно двойственные «малые знаменатели» при их тавтологическом вложении в изоморфизм $T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3$* ;
 - *канонические периоды переменных «действие» для канонического равновесия вертикального маятника*;

- неприводимые точки инвариантных прямых отображения «центральной E^3 -суперсимметрии»;
- неприводимые точки прямых в T^*L^3 с координатами $(0, c_{light}, +2)$, имеющие параметры
 - отображения момента равновесного состояния
 - релятивистского правильного 2d-тетраэдра T^2 (тетраэдра T^2 , вложенного в конфигурационное пространство классической СТО),
 - сопровождающего аналитические волчки тетраэдра,
 - неприводимых точек больших кокрюгов корасслоения Хопфа трехмерной сферы S^3 ;
 - точек закрепления тривиального волчка;
 - центров динамического равновесия канонического общего волчка уравнений Эйлера-Пуассона (волчка Ковалевской);
 - тривиального решения уравнений Эйлера-Пуассона;
 - гравитона.

Замечание. 2.3. Гравитон –

- каноническая точка канонического нормального расслоения NS^3 стандартной трехмерной сферы S^3 в силу изоморфизма $NS^3 \cong T^*L^3$;
- канонический нейтральный элемент канонической глобальной связности в функциональном пространстве пространстве NS^3 .

Замечание 3.3. Евклидово представление гравитона – неприводимая точка нечетной части скалярного спектра канонической скользящей симметрии в евклидовом трехмерии E^3 , представляющей фазовый поток классических уравнений Эйлера-Пуассона (см. [1]), имеющей аналитическую функциональную суперсимметричную структуру и физическую интерпретацию симметрии канонического односвязного изотропного расширения симметрии СТО.

Отметим, что каноническая скользящая симметрия в евклидовом трехмерии E^3 является симметрией фазового потока вертикального маятника (см. [1]). Отсюда следует, что гравитон имеет интерпретацию следующих эквивалентных фазовых объектов, представляющих тривиальное решение уравнений Эйлера-Пуассона:

- неприводимого равновесного состояния (конфигурационной точкой) фазового потока вертикального маятника,
- кинетического момента неприводимого равновесия фазового потока вертикального маятника,

что обсуждалось в докладе автора на профильной конференции по гравитации [7].

4. Геометрическая модель интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона в функциональном трехмерии Лобачевского и интегрируемость волчка Эйлера на универсальном пространстве малых знаменателей этих уравнений

Некоторые парадоксальные следствия приведенной в п.3 модели «малых КАМ-знаменателей» и «больших КАМ-числителей» таковы:

- *тривиальный волчок как конфигурационный объект – это образ отображения $Image(TSO(3) \rightarrow SO(3))$,*

где $TSO(3)$ – корректно определенное глобальное (однокартное) касательное расслоение группы $SO(3)$; он имеет интерпретации:

- универсальное пространство малых КАМ-знаменателей для аналитической теории возмущений уравнений Эйлера-Пуассона, представляющее образ канонической непрерывной перенормировки классического пространства таких малых КАМ-знаменателей,
- каноническое упорядочение пространства малых знаменателей посредством их вложения в ось вращения тривиального волчка отображением проективной самодвойственности пространства Лобачевского Λ^3 ,
- пространство неподвижных точек собственного вращения (вращения по углу Эйлера « ϕ ») общего вращения (фазового потока) тривиального волчка;

;

- **волчок Эйлера как конфигурационный объект – это образ отображения**
 $\exp(\text{Image}(TSO(3) \rightarrow SO(3)))$;

он имеет соответствующие «производные интерпретации»:

- универсальное пространство малых КАМ-знаменателей для аналитической теории возмущений уравнений Эйлера-Пуассона, представляющее образ канонической аналитически односвязной перенормировки классического пространства таких малых КАМ-знаменателей,
- каноническое упорядочение пространства малых знаменателей посредством их вложения в ось вращения волчка Ковалевской производным отображением проективной самодвойственности пространства Лобачевского Λ^3 (это нормальная форма скалярной специализации так называемого «ключевого свойства Пуанкаре», см. [8]),
- пространство неподвижных точек собственного вращения (вращения по углу Эйлера « ϕ ») общего вращения (фазового потока) волчка Ковалевской.

Замечание 4.1. Образом такого эквивариантно упорядочивающего вложения являются коэффициенты ряда для функции $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ при p^{-s} (соответствующее определение см. в [1]);

в этом контексте фазовый поток волчка Эйлера над классическим аффинным временем

- **интегрируется именно на универсальном пространстве малых КАМ-знаменателей для уравнений Эйлера-Пуассона**;
- реализуется как канонический аффинный атлас на следующих эквивалентных отображениях:
 - каноническое **производное собственное** **вращение** тривиального волчка;
 - **канонический фазовый поток** на универсальном пространстве малых знаменателей для уравнений Эйлера-Пуассона;
 - на упорядоченном четном сечении $T_*\Lambda^3 \rightarrow T^*\Lambda^3$ изоморфизма проективной самодвойственности $T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3$;
 - на фазовом потоке **нижнего вертикального равновесия вертикального маятника**;
 - **отображение собственного вращения** волчка Ковалевской.

Геометрический смысл динамики волчка Эйлера (волчка Лагранжа), возникающий в рамках изоморфизма $T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3$:

Эйлерово (лагранжево) описание канонического общего вращения стандартного трехмерного шара B^3 .

Аналитический смысл динамики волчка Эйлера (волчка Лагранжа), возникающий в рамках изоморфизма $T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3$:

Правая (левая) часть функционального уравнения для функции $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ (см. [1]).

5. Механический смысл и единые геометрическая, механическая и алгебраическая интерпретации классических случаев интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона в контексте КАМ-теории

Механический смысл дополнительного интеграла волчка Эйлера, возникающий в рамках изоморфизма $T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3$:

- кинетическая энергия общего волчка уравнений Эйлера-Пуассона;
- кинетическая энергия волчка Ковалевской.

Естественно, что в этом геометрическом контексте механический смысл дополнительного интеграла волчка Лагранжа – потенциальная энергия общего волчка (волчка Ковалевской), а механический смысл дополнительного интеграла волчка Ковалевской – полная энергия общего волчка для уравнений Эйлера-Пуассона в обратимом времени.

Таким образом, с учетом моделей п.4, возникает следующая коническая геометрическая модель фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона и его классических интегрируемых случаев.

Утверждение 1.5. Фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона эквивалентен (аналитически изоморфен) эквивалентным геодезическим потокам следующих релятивистских натуральных систем:

- качения точки по трехмерному пространству Лобачевского Λ^3 ;
- канонического периодического качения шара \mathbf{B}^3 по трехмерному евклидову копространству $\mathbb{E}^{3,*}$;
- качения трехмерной сферы \mathbb{S}^3 по векторам угловой скорости уравнений Эйлера-Пуассона;
- канонического качения граничной сферы шара \mathbf{B}^3 по полюсным подвижным особенностям первого порядка мероморфных решений на плоскости формального комплексного времени для уравнений Эйлера-Пуассона – геометро-динамическое адсорбирование полюсных особенностей формальных решений (см. [1])

с гамильтонианом – дополнительным интегралом случая Ковалевской, кинетической энергией – дополнительным интегралом случая Эйлера, потенциальной энергией – дополнительным интегралом случая Лагранжа.

Замечание 1.5. Эти геометрические интерпретации также являются интерпретациями метода (теста) Пенлеве-Ковалевской (см. также п.15).

Утверждение 2.5. Эквивалентные динамические системы, локально описываемые дифференциальными уравнениями Эйлера-Пуассона и геодезического потока на трехмерном пространстве Лобачевского Λ^3 , имеют простой инвариантный экспоненциальный вид аффинного дифференциала отображения проективной самодвойственности: $d\Lambda^3 = \Lambda^3$, где

- $d\Lambda^3$ – левая часть уравнений Эйлера-Пуассона,
- Λ^3 – правая часть уравнений Эйлера-Пуассона.

При этом, равновесная динамика такой натуральной системы имеет гамильтониан в виде

- потенциала собственно отображения проективной самодвойственности для пространства Λ^3 ;
- гамильтониана тривиального волчка (его аналитическую структуру см. в п.29);
- представляет каноническую метрику в нормальном расслоении $N\mathbb{S}^3$ трехмерной сферы \mathbb{S}^3 , топологически аффинно эквивалентном пространству Λ^3 и реализующем каноническую релятивизацию сферы \mathbb{S}^3 .

Общим интегралом (полной гироскопической энергией) уравнений Эйлера-Пуассона в форме проективной самодвойственности для пространства Лобачевского Λ^3 является потенциал его проективной самодвойственности в виде дополнительного интеграла Ковалевской ее же случая интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона.

Следствие. Волчок Ковалевской является супергироскопом в следующем достаточно каноническом смысле (см. также [1]):

- фазовый поток волчка Ковалевской является каноническим аналитическим возмущением (анализацией) волчка Лагранжа – волчком Лагранжа с каноническими автоколебаниями его точки закрепления, определяемыми как
 - эквивариантная аналитическая \mathbb{Z}_2 -градуировка (см. п.7) фазового потока волчка Лагранжа,
 - эквивариантное автовозмущение волчка Лагранжа инволюцией обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона;
- волчок Лагранжа традиционно ассоциируется с классическим понятием гироскопа.

Физически он реализуется волчком Лагранжа, «свободно подвешенным в пространстве» (точнее, в «пространстве-времени»).

Механическим смыслом дополнительного интеграла Ковалевской является полная механическая энергия массивного однородного правильного заполненного тетраэдра, строго вертикально стоящего на опорной точке в поле классической плоско-параллельной гравитации (это означает, что центральное плоское сечение этой трехмерной геометрической структуры дает точное индуцирование данной интерпретации для правильного ромба).

Краткая формулировка такова: **интеграл Ковалевской – это**

- гамильтониан «вертикального массивного тетраэдра», или, эквивалентно аналитического супертетраэдра – правильного двумерного тетраэдра с его центрально-симметричной \mathbb{Z}_2 -градуировкой (см. п.3);
- полная механическая энергия канонического супергироскопа.

Замечание 2.5. Динамическая система «вертикальный массивный тетраэдр» эквивалентна (аналитически изоморфна) динамической системе «вертикальный маятник» (это фазовый поток классического математического маятника строго в вертикальном равновесии). Соответственно, все приведенные утверждения и замечания допускают эквивалентные переформулировки.

Замечание 3.5. «Вертикальный массивный тетраэдр» (аналитический супертетраэдр) является орбитой зеркальной симметрии обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона.

Замечание 4.5. «Вертикальный массивный тетраэдр» (аналитический супертетраэдр) является орбитой эквивариантной аналитической склейки тета-квадратур решения Ковалевской, имеющей уже специальную дзета-функциональную структуру (см. [2]).

Замечание 5.5. Отметим, «вертикальный массивный тетраэдр»

- является интегральным (по Фробениусу) многообразием динамики канонического сопровождающего тетраэдра для уравнений Эйлера-Пуассона;
- представляет каноническую секущую для фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона (орбиту универсального отображения Пуанкаре-Флоке для данных уравнений).

Соответственно:

- **кинетическая энергия «вертикального массивного тетраэдра» является дополнительным интегралом волчка Эйлера;**
- **потенциальная энергия «вертикального массивного тетраэдра» является дополнительным интегралом волчка Лагранжа;**
- **адиабатическая энергия «вертикального массивного тетраэдра» (нулевой уровень гамильтониана) является интегралом тривиального волчка (это, эквивалентно, гамильтониан = полная механическая энергия канонического равновесия вертикального маятника).**

Замечание 6.5. Отметим, что все эти системы лежат на бесконечности формального аффинного времени и не попадают в область определения классического рассмотрения уравнений Эйлера-Пуассона.

Утверждение 2.5. Интерпретация динамики волчка Ковалевской динамикой «вертикального массивного тетраэдра» является интерпретацией динамики общего волчка для уравнений Эйлера-Пуассона и может быть рассмотрена как универсальная (единая) интерпретация Пуансо для этих уравнений, эквивалентная «шаровой интерпретации» из Утверждения 1.5 (см. также [1], [2]).

Общее решение уравнений Эйлера-Пуассона в виде экспоненты дзета-функции параболической формы веса 12 ([1], [2]) выражает аналитический объем «вертикального массивного тетраэдра», реализованный аналитической склейкой его неприводимых фазовых состояний.

Случаи интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона (как общие, так и частные) являются каноническими модами (динамическими циклами) на автоколебаниях «вертикального массивного тетраэдра» и могут быть рассмотрены как

- типы выходов «вертикального массивного тетраэдра» из своего канонического («вертикального») равновесия;
- каноническая специализация гипотезы Пенлеве-Голубева «о ветвлении решений в плоскости комплексного времени» для уравнений Эйлера-Пуассона (см. [9]).

Классические геометрические интерпретации классических случаев интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона являются упорядоченным аффинным атласом на универсальной (единой) интерпретации Пуансо для этих уравнений.

Замечание 7.5. Имеют место соответствующие утверждения об эквивалентности геометрической модели уравнений Эйлера-Пуассона в пространстве Лобачевского \mathbb{L}^3 и модели фазового потока вертикального маятника (в контексте п.1), а также ее эквивалентности **модели Гредеакс гравитационного потенциала Земли** (в контексте п. 25).

Замечание 8.5. Соответствующие утверждения об интегрируемости волчка Горячева-Чаплыгина, тривиального волчка и волчков Эйлера, Лагранжа и Ковалевской на присоединенных представлениях алгебр $\mathfrak{g}_2, \mathfrak{f}_4, \mathfrak{e}_6, \mathfrak{e}_7, \mathfrak{e}_8$ над полем дробно-рациональных функций см. в [2].

Замечание 9.5. *Отображение проективной самодвойственности, реализующее фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона, эквивалентно отображению двойственности Ли для алгебры e_8 .*

Также приведенная выше геометрическая модель динамики волчка Ковалевской как нормальной (суперсимметричной, см. далее п.7) формы уравнений Эйлера-Пуассона свидетельствует о сущностном пропуске КАМ-теорией скрытых в уравнениях Эйлера-Пуассона **релятивизма и квантовой гравитации**, которые ассоциированы с проективной самодвойственностью трехмерного пространства Лобачевского Λ^3 .

В частности, это индуцирует

- анализирующие поправки – поправки канонического аналитического продолжения в бесконечность формального аффинного времени;
- **релятивистские поправки** (индуцированные канонической модельной релятивистской структурой пространства Лобачевского Λ^3)

ко всем тета-формулам классических случаев интегрируемости в контексте эквивариантной связи «тета-дзета», которые требуют отдельного вычисления.

Данные поправки к «классике», подчеркнем, индуцированы структурно релятивизирующим вложением эквивариантной коррекции исходной интегрируемой КАМ-динамики.

В свою очередь, это вложение индуцировано отображением зеркальной симметрии обратимости по формальному аффинному времени уравнений Эйлера-Пуассона и имеет в привязке к переменным $\vec{\gamma}, \vec{\omega}$ уравнений Эйлера-Пуассона следующую общую структуру:

$$\mathbb{E}^3 \rightarrow (\mathbb{E}^3 \rightarrow \mathbb{R}^6(\vec{\gamma}, \vec{\omega}) \rightarrow T_*SO(3)) \rightarrow (\Lambda^3 \rightarrow T_*\Lambda^3 \cong T^*\Lambda^3).$$

Автодуальность пространства Лобачевского Λ^3 , воплощающая симметрию обратимости по времени, и имеет обсуждаемую далее глобальную интерпретацию модели реального времени в контексте «дзета-коррекции КАМ-теории».

Виртуальность малых КАМ-знаменателей, и виртуальность КАМ-теории соответственно, для случая трех степеней свободы является следствием геометрической аффинной локально-тривиальности диофантовой КАМ-геометрии:

малые КАМ-знаменатели и тороидальная КАМ-динамика – сущностные атрибуты КАМ-теории – это виртуальные аффинные структуры для случая трех степеней свободы, поскольку находятся в ядре эквивалентных отображений

- производной проективной самодвойственности пространства Лобачевского Λ^3 ,
- фазового потока волчка Ковалевской – канонической нормальной формы фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона.

Эти эквивалентные отображения **автоаннигиляции КАМ-теории** соответствуют эквивариантой специализации формулы связи «тета-дзета» (см. [1]), реализующей переход от классической аффинной конечномерной математики («**тета-математики**») к глобальной функциональной математике («**L-математике**»).

В понимании автора, возникающий конструктивный контекст коррекции КАМ-теории в рамках нетривиально конечно-порожденной детерминированной структуры указанного вращения и в рамках различных интерпретаций формул точных решений уравнений Эйлера-Пуассона (см. [1], [2]), очень синергетичен и видится в дальнейшем вполне плодотворным как с теоретической, так и с прикладной точки зрения.

Именно такой взгляд и детализируется далее.

6. Классика пропускает глобальную экспоненциальную структуру самоподобия сферы S^3 и индуцированно пропускает «обратимость по времени» и «вертикальный маятник»

Основной «дифурный» лейтмотив контрпримера – некорректность КАМ-теории как краевой задачи в следующем смысле: связные компоненты тороидальной КАМ-динамики всегда *топологически* вкладываются, как аффинная карта, в *групповой аналитический автоморфизм трехмерной сферы S^3 , имеющий корректно определенную каноническую структуру экспоненты нормального расслоения сферы S^3* (далее обозначаемую $Exp(NS^3)$, хотя можно было обозначить $Exp(S^3)$), но при этом ослабить смысловую структурную суть данного отображения).

Например, в случае трех степеней свободы экспонента $Exp(NS^3)$ специализируется в свою компоненту связности и *становится аналитически односвязным отображением* (это глобальная, а не аффинная, аналитичность см.[1], [2], качественно – *экспоненциальность на топологическом замыкании вещественного поля \mathbb{R} или комплексного поля \mathbb{C} - моделями классического аффинного времени*). Такая специализация далее обозначается $exp(NS^3)$.

Экспонента $exp(NS^3)$ имеет трехмерную ортогональную реализацию в качестве нормальной формы канонической вращательной динамики стандартного геометрического трехмерного шара B^3 , которая *является канонической аналитически односвязной динамикой*.

Экспонента $exp(NS^3)$ обладает канонической Галуа-групповой структурой с *естественной \mathbb{Z}_2 -градуировкой на симметрическую («касательную») и кососимметрическую («кокасательную») части, или, как принято говорить, суперградуировкой*, имеющей, в данном случае, естественный смысл *аналитической суперградуировки*.

Данная суперградуировка имеет функциональную и естественную, но нетривиальную, геометрическую структуру отображения канонического самодвойственного прямолинейного потока на канонической трехмерной бутылке Клейна (ее детальное определение см. в [1]).

Естественность механического смысла этой функциональной суперградуировки состоит в том, что ее потенциалом оказывается так называемый 4-й интеграл уравнений Эйлера-Пуассона, реализующий потенциал непрерывной части инволюции обратимости по времени этих гамильтоновых уравнений.

Парадоксальным фактом оказывается эквивалентность канонического генератора отображения $exp(NS^3)$ фазовому потоку *вертикального маятника* - классического (однозвенного) *математического маятника, находящегося строго в вертикальном равновесии*.

Каноническим генератором фазового потока *вертикального маятника* является его каноническое равновесие: это *аналитическое супerrавновесие – суперградуировка (суперсвязность) нижнего и верхнего равновесия классического математического маятника аналитическим отображением обратимости по времени его гамильтониана*.

Вложение стержня *вертикального маятника* в стандартный 3d-шар B^3 индуцирует каноническую функциональную суперградуировку его канонического физического консервативного вращения, математически аналитического отображения.

В аналитическом контексте это вложение эквивалентно *специальной дзета-коррекции (аналитически односвязной коррекции) классической Фурье-теории возмущений*,

координатизирующей классический КАМ-хаос (теории, использованной, например, в [8] при описании общего аналитического возмущения волчка Эйлера).

Таким образом, суть контрпримера в том, что КАМ-знаменатели и, соответственно, КАМ-хаос, рассматриваемые как аффинные динамические особенности, разрешаются как несущественные (виртуальные) особенности посредством этого априорно существующего отображения канонического вращения шара B^3 , имеющим модель априорной (аксиоматической) самодвойственности пространства Лобачевского L^3 как проективного пространства (см. п.2).

Следовательно, в рамках затронутой в пп.1,6 эквивалентности «маятник-волчки», «классика пропустила вертикальный маятник» - кинетический момент канонического вращения шара B^3 .

7. Структура градуировки «фазового потока вертикального маятника» как аналитической суперградуировки

Градуировка «фазового потока вертикального маятника» имеет функционально-арифметическую структуру, связывающую динамику собственно вертикального маятника с отображением $\exp(NS^3)$ и динамикой классических волчков.

Геометрическим смыслом градуировки «фазового потока вертикального маятника» является каноническая групповая \mathbb{Z}_2 -градуировка гомотетического самоподобия трехмерного евклидова пространства \mathbb{E}^3 относительно центрированной трехмерной целочисленной решетки (см. п. 32), в точности реализующая отображение симметрии обратимости по времени для классического маятника.

Такая градуирующая симметрия реализуется канонической скользящей симметрией в пространстве \mathbb{E}^3 (см. [1]) и эта градуировка и есть указанная выше каноническая групповая решеточная градуировка для \mathbb{E}^3 с «контролем односвязности».

Данная групповая функциональная градуировка имеет канонические четную (зеркально-симметричную) и нечетную (кососимметричную вращательную) части (то есть, является суперградуировкой).

Наиболее важно то, что *эта суперградуировка в точности является отображением канонического прямолинейного потока $l(Kl^3)$ на канонической трехмерной бутылке Клейна Kl^3 , имеющим каноническую групповую структуру* (определенную в [1]).

Это фундаментальное отображение с канонической групповой структурой имеет реализации:

- канонической глобальной параметризации сферы S^3 (см. доказательство Теоремы 1.32);
- канонической скользящей симметрии в евклидовом пространстве \mathbb{E}^3 ;
- канонической градуировки абсолютом в пространстве Лобачевского L^3

и *нейтральный элемент* группового отображения $l(Kl^3)$ может быть задан следующей нормировочной системой уравнений:

$$\begin{cases} \langle v^*(t), v_*(t) \rangle = 0 \\ [v^*(t), v_*(t)] = 0 \end{cases} \cap \begin{cases} \langle v^*(t), v_*(t) \rangle = 1 \\ [v^*(t), v_*(t)] = 1 \end{cases}$$

где

- t – аффинный параметр (вещественный, или комплексный),
- $v_*(t)$ – вектор в касательном пространстве $T_*(\mathbb{E}^3)$,

- $\mathbf{v}^*(t)$ – ковектор в кокасательном пространстве $T^*(\mathbb{E}^3)$.

Градуировка «вертикального маятника», «вырезающего» его из общего фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона, возникает, если положить

$\mathbf{v}_*(t) := \vec{\gamma}(t)$, $\mathbf{v}^*(t) := \vec{\omega}(t)$, где $\vec{\gamma}$, $\vec{\omega}$, t - переменные уравнений Эйлера-Пуассона:

- $\vec{\gamma}$ – конфигурационная (симметрическая, четная) векторная переменная;
- $\vec{\omega}$ – импульсная (кососимметрическая, нечетная) векторная переменная;
- t – классическое аффинное время (вещественное, комплексное)

Градуировка «фазового потока вертикального маятника» вкладывает стержень маятника в каноническую ось канонического общего вращения шара \mathbf{B}^3 (в ось угловой скорости шара \mathbf{B}^3) по приводимой ниже формуле (см. [2]), являющейся глобализацией соответствующего отображения Уайлса для модулярной параметризации представлений Галуа, ассоциированных с эллиптическими кривыми с рациональными коэффициентами (см. ввводную часть в [10]).

Наиболее фундаментальным смыслом градуировки «фазовым потоком вертикального маятника», на наш взгляд, является «градуировка реальным временем» как «градуировка канонического самоподобия фазовой диагонали»:

{Отображение кинетического момента вертикального маятника («ось Галуа», «ось реального времени»), см.[2]}

⇕

{Модель градуировки множества аналитических конфигурационно трехстепенных гамильтоновых систем реальным временем}

Градуировка «фазового потока вертикального маятника» также имеет следующие естественные, но нетривиальные реализации, некоторые из которых обсуждены в [1], [2], а некоторые приводятся впервые (без детализации):

{Отображение канонической аналитической скользящей симметрии в евклидовом трехмерном пространстве \mathbb{E}^3 , см.[1]}

⇕

{Иерархия канонической двойственности Ли аналитического расширения простой исключительной группы E_8 , в виде односвязной специализации канонического упорядочения полного списка простых алгебр Ли ([11])}

⇕

{Каноническая нормальная форма трехстепенной аналитической теоремы Лиувилля-Арнольда в виде канонического прямолинейного потока на универсальном аналитическом торе Лиувилля-Арнольда – каноническом аналитическом лиувилевом блоке}

⇕

{Каноническая дифференциально-геометрическая индикатрисная конструкция для трехмерного пространства Лобачевского Λ^3 – отображение его канонической проективной самодвойственности}

⇕

{Каноническая качение геометрической (безмассовой) точки по каноническому нормальному расслоению $N\mathbb{S}^3$ сферы \mathbb{S}^3 - трехмерному пространству Лобачевского Λ^3 – проективная самодвойственность пространства Λ^3 }

⇕

{Каноническое качение геометрической точки по двойственному пространству к классическому $(3d + 1)$ -пространству Минковского}

⇕

{Фазовый поток волчка Ковалевской}

⇕

{Канонический аналитический гироскоп}

⇕

{Отображение Фробениуса для функциональной аналитической симметрии Галуа $\exp([\text{Gal } \mathbb{Q}(t), \text{Gal } \mathbb{Q}(t)])$, представляющей отображение аналитической монодромии для правильного двумерного тетраэдра, сопровождающего «классические волчки Эйлера-Пуассона», см. [2]}

⇕

{Отображение с потенциалом $\exp \zeta \left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q) \right)$ }

⇕

{отображения аналитической монодромии для выделенной реберной медианы правильного двумерного тетраэдра, сопровождающего «классические волчки Эйлера-Пуассона», см. [2]}

⇕

{экспонента группового закона на универсальной эллиптической кривой Фрея, уравнение которой в случае «максимального ранга фазового потока» имеет вид $y^2 = x(x - a^n)(x + b^n)$, a, b – решения уравнения БТФ для степени n , см. п.28; определение см. в [12]}

⇕

{экспонента прямолинейного потока $l(Kl^3)$ на канонической трехмерной бутылке

Клейна Kl^3 , где $l(Kl^3) \cong \exp(\cap_p^\infty \text{Gal}(\mathbb{Q}(\sqrt{(-1)^{\frac{p-1}{2}} p(t)})) \rightarrow \mathbb{E}^3$ (см. [2])}

⇕

{Динамика оси угловой скорости сопровождающего тетраэдра (оси Галуа) = отображение канонической изометрии универсального пространства ориентаций аналитических волчков (см. [2])}

⇕

{Каноническая аналитическая двойственность «конфигурационная скорость» ↔ «угловая скорость» динамики сопровождающего тетраэдра (см. [1])}

⇕

{Каноническая односвязная аналитизация (аналитическое продолжение) классической скобки Пуассона для уравнений Эйлера-Пуассона, (см. [2])}

⇕

{Образование канонической аналитически односвязной локсодромической симметрии на 3d-сфере \mathbb{S}^3 (см. [1])},

где

- *p пробегает все простые числа;*
- *$\exp(\eta_p^\infty \text{Gal}(\mathbb{Q}(\sqrt{(-1)^{\frac{p-1}{2}} p}(t)))) = I(KI^3)$ - корректно определенное отображение непрерывной склейки и упорядочения счетного множества (занумерованного простым индексом p), реализующее непрерывную склейку элементов этого множества как p -локальных циклов:*
 - *нормированных перпендикуляров к двумерным центральным автомонодромным сечениям шара B^3 (ортогональное представление),*
 - *нормированных одномерных ортогоналов к центральным автомонодромным сечениям сферы \mathbb{S}^3 (унитарное представление),*
 - *канонических циклов канонической прямолинейной обмотки (прямолинейного потока) канонической трехмерной бутылки Клейна (евклидово представление).*

График отображения $I(KI^3)$ (график канонической прямолинейной обмотки на канонической трехмерной бутылке Клейна) представляет каноническую групповую непрерывизацию классической архимедовой спирали; его свойства приведены в п.13.

Принципиальным обстоятельством является эквивалентность фазового потока *вертикального маятника фазовому потоку волчка Ковалевской, реализующему, в свою очередь, каноническую нормальную форму фазового потока общих уравнений Эйлера-Пуассона относительно их стандартных переменных* (см. [1], [2]).

Таким образом, *фазовый поток вертикального маятника эквивалентен (аналитически изоморфен)*

- *каноническому аналитически односвязному самоподобию (автогомометии) 3d-сферы \mathbb{S}^3 ;*
- *каноническому общему вращению стандартного геометрического трехмерного шара B^3 .*

Именно это *вертикальное равновесие классического математического маятника и определяет «эквивариантную аналитическую суперградуировку» классической тороидальной КАМ-динамики, собственно и аннулирующую эту аффинную динамику (это и есть смысл первой части названия текста).*

В качестве следствия приведенной выше «аналитической суперградуировочной модели вертикального маятника» для отображения $\exp(NS^3)$ отметим, что, *в частности, физический смысл некорректности КАМ-теории состоит в неучете ею поля гравитации:*

вертикальный маятник располагается вдоль силовых линий поля классической гравитации и пропущен в КАМ-теоретическом рассмотрении, как решение лежащее на формальной бесконечности классического аффинного времени.

Таким образом, уже **классическая аффинная (плоско-параллельная) гравитация не попадает в область определения классики** (а используемая классикой ее аффинная «тригонометрическая проекция» из уравнений математического маятника - **неэквивариантна**).

Подчеркнем еще раз, что в [1], [2] обсуждается неклассическая **интерпретация времени фазового потока «вертикального маятника» как потока канонического аналитического времени, представляющего модель реального физического времени**

- в виде канонического диагонального цикла на канонической аналитической трехмерной бутылке Клейна;
- отображения, интерпретируемого как «каноническая двойственность между массой и гравитацией» (**этот физический смысл канонической параметризации фазового потока вертикального маятника, представляющийся ключевым, составляет вторую часть заголовка текста**).

Дополнительная аргументация этой модели в контексте модели **Гредакс** гравитационного потенциала Земли приведена в п.25.

8. Что еще пропускает КАМ-классика и почему аналитическая теория Галуа – принципиальный и конструктивный контрпример к КАМ-теории

С точки зрения теории дифференциальных уравнений выясняется, что КАМ-классика пропускает краевые условия в виде центра и нейтрального элемента отображений $\exp(NS^3)$ (и $\text{Exp}(NS^3)$ соответственно). Эти условия имеют геометрический смысл структурированного группового абсолюта трехмерия Лобачевского L^3 , естественно, скрытого от классики. И именно эти условия определяют **самоподобную центрально-симметричную структуру этих экспонент**.

Такая эквивариантно топологически компактная геометрическая **самоподобная каноническая центрально-подобная вращательная групповая структура**, пропускаемая классикой, **запрещает существование аффинной фазовой динамики (включая квазипериодическую) и жестко селектирует** фазовые состояния рассматриваемых динамических систем в целом.

Такая геометрическая структура является геометрическим образом вложения ***p*-адических нормирований на поле рациональных чисел** (подмножества классического аффинного времени \mathbb{R} или \mathbb{C}), в фазовые потоки рассматриваемых динамических систем (см. [1], [2]).

С механической точки зрения указанная центрально-подобная вращательная геометрическая жесткость соответствует вращательной жесткости (**$\vec{\omega}$ -жесткости в терминах уравнений Эйлера-Пуассона**).

Возникающая **жесткая однородно-изотропная фазовая структура** представляет

- аналитическую жесткость (эквивалентно – глобально аналитическую жесткость); можно сказать, что это «универсальная функциональная жесткость»;
- хорошо согласуется со структурой значительного массива экспериментальных данных, накопленных, например, в небесной механике о резонансных характеристиках относительного движения небесных тел в Солнечной системе (см. соответствующие, конечно не исчерпывающие, ссылки в [1]).

В контексте «штатной» для КАМ-теории «**борьбы с малыми знаменателями**» парадоксальный, с классической математической точки зрения, вывод о физической (размерной) нереализуемости аффинной (квазипериодической) динамики выглядит, образно говоря, как

«деление на ноль не только невозможно и запрещено, но и сущностно необходимо и, более того, происходит априорно при моделировании реальных физических процессов в реальном времени».

Действительно, в контексте обсуждаемой в данной работе «проблемы малых знаменателей» физически **реализуются только те фазовые состояния рассматриваемых динамических систем, которые именно и «делятся на ноль»** - «эквивариантно инцидентные нулю» (эквивариантно инцидентные точке закрепления волчка Ковалевской – в контексте уравнений Эйлера-Пуассона).

Естественно, что вся нетривиальность заключается в *математически корректном «делении на ноль»*: **алгебраически** это естественное присоединение нейтрального элемента к канонической глобальной аналитической групповой структуре производного потока больших кругов на трехмерной сфере \mathbb{S}^3 .

С функциональной точки зрения «корректное деление на ноль» реализуется процедурой формирования канонической аналитической дельта-функции, представляемой функцией $\zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)\right)$, «посредством функционального топологического комплекса пробных эквивариантных тета-функций» (см. [2]).

Фундаментально геометрически эту корректность обеспечивает каноническое аксиоматическое пополнение аксиоматики классического трехмерного евклидова пространства до аксиоматики «производного» трехмерного пространства Лобачевского – стандартного трехмерного пространства Лобачевского, непрерывно компактифицированного его двумерным сферическим абсолютom (см. п.2 и [3]).

Математическая аналитическая конструкция, обеспечивающая корректность «деления на ноль» ассоциирована с суперсимметричной дельта-образной структурой групповых отображений $\exp(NS^3)$ и $\text{Exp}(NS^3)$, формирующих в своем образе аффинно трехмерные дельта-функции $\text{Zentr}(\exp(NS^3))$ и $\text{Zentr}(\text{Exp}(NS^3))$, как автовычеты и «суперсимметрично спаривающие ноль с бесконечностью через единицу» (см. [2]).

Именно эта (в итоге «модулярная») математика «перерабатывает» малые КАМ-знаменатели в нульмерную часть области определения этих экспонент, **редуцируя все их множество на конечное число решений специальных диофантовых уравнений – «спектр диофантовой интегрируемости»** (в трехмерном случае – это «большое уравнение Ферма» его обобщение – «уравнение Била» см. пп.28-29)

Механический (физический смысл) «универсальной делимости на ноль» (*основная причина расходимости рядов классической теории возмущений*) состоит в инцидентности фазовых состояний рассматриваемых систем каноническому механическому центру (точке закрепления корректно определенного «универсального волчка»): **вертикальный маятник совершает автоколебания (со специальными параметрами) вокруг точки закрепления, «становящейся подвижной, но остающейся в среднем – неподвижной»** и приобретающей квантово-механический динамический смысл.

Геометро-динамическим смыслом отображения «универсальной делимости на ноль» является трехмерное центрально-подобное вращение, на актуальность поиска которого обращали внимание Зельдович и Арнольд (известное «динамо Зельдовича-Арнольда»).

Парадоксальный вывод «о необходимости деления на ноль» не столь безобиден для экспериментальной верификации КАМ-теории: **он просто обнуляет ценность компьютерных доказательств существования КАМ-хаоса.**

Это происходит поскольку «классическим (не квантовым) компьютерам запрещено делить на ноль», а «природа именно этим и занимается», системно селектируя стабильные резонансные состояния физических систем, являющиеся образом самосопряжения многомерного функционального модуля Галуа («универсального фазового пространства») отображением $\text{Exp}(NS^3)$ («универсальным фазовым потоком»).

9. Адсорбирующая редукция КАМ-хаоса аналитической теорией Галуа

Групповое отображение экспоненты $\text{Exp}(NS^3)$ нормального расслоения сферы S^3 имеет **наглядную механическую** (физическую) интерпретацию в виде **фазового потока бесконечно-звенного классического математического маятника в строго в вертикальном равновесии, то есть, фазового потока универсального вертикального маятника, или, что оказывается корректным, фазового потока универсального маятника** (эта интерпретация идейно коррелирует с аффинной осцилляторной интерпретацией в контексте обсуждения общей модели квантовой интегрируемости в [13]).

И именно это отображение, имея автоколебательную аттракторную структуру со спектром, содержащим все множество рациональных чисел (имеющее структуру поля), редуцирует («адсорбирует») его ключевой атрибут – малые знаменатели, и соответственно, весь КАМ-хаос с его иррациональным спектром (без структуры поля) – «анти»спектром для эквивариантной динамики.

В трехстепенном случае это редуцирующее (адсорбирующее) отображение малых знаменателей математически означает их автоматическое вложение в нейтральный элемент группового отображения $\text{exp}(NS^3)$.

Ключевым моментом здесь является наличие механического (физического) смысла этой формальной математической процедуры – **вложение (упорядочивающая упаковка) малых знаменателей в оси вращения конфигурационно трехмерных аналитических волчков, содержащие, естественно, их точки закрепления:**

тогда, например, наглядной интерпретацией множества «малых знаменателей» является **«аффинное рассыпание»** точек закрепления этих систем в виде нульмерных решеток аффинных фазовых окрестностей этих ключевых инвариантных множеств.

В рамках интерпретации «вертикального маятника» становится понятным почему весь **этот эквивариантно неупорядоченный «рассыпчатый» аффинный спектр аналитическим автоколебанием вертикального маятника (соответственно - вращением волчка Ковалевской) «упаковывается» в собственные пространства автоколебания (вращения) – во флаговую структуру «точки закрепления - оси вращения».**

Такая флаговая упаковка, в контексте уравнений Эйлера-Пуассона, канонически и эквивариантно реализуется их отображением обратимости по времени.

Свойство **аналитичности** здесь принципиально важно и именно его нетривиальная **глобальная экспоненциальная структура покомпонентно (лиувиллевыми блоками) «аннулирует» КАМ-теорию, но при этом, и одновременно корректирует ее как прообраз для корректной теории.**

Имея ввиду более широкий, физический, контекст, вероятно, для случая более одной тороидальной аффинной компоненты связности, здесь можно говорить «о формально несуществующем» аналоге в классической механике **эффекта туннелирования в квантовой механике** (достаточно посмотреть его определение в *Wikipedia*).

Теперь наблюдение состоит в том, что *это вложение инъективно и имеет нулевой образ*, т.е., тороидальная КАМ-динамика в результате этого инъективного вложения автоматически эквивариантно стягивается на аддитивный нейтральный элемент канонической групповой структуры Галуа на экспоненте трехмерной сферы и аннигилирует как теоретико-множественный объект.

Идеологически и технически нетривиальным примером несуществования математического объекта в этом контексте является несуществование неминимальных эллиптических кривых Фрея, затронутым в п.28.

С механической точки зрения такой эффект несуществования классической фазовой динамической структуры соответствует *вращательной жесткости* сопровождающего аналитические волчки тетраэдра, жестко селективирующей их допустимые фазовые состояния.

Скрытая арифметическая сторона такой достаточно наглядной геометро-механической селекции состоит в том, что каждое состояние сопровождающего тетраэдра координатизируется некоторой эллиптической кривой с рациональными коэффициентами и верно обратное.

В этом «жестко селективном» контексте, да и в целом, *аналитическая теория Галуа (как глобальный динамический анализ) является каноническим принципиальным и идеально конструктивным контрпримером к КАМ-теории (в том числе, как контрпримеру к классическому Коши-анализу, как локальному, или аффинному).*

Можно сказать, что аналитическая теория Галуа играет роль алгебраической ипостаси глобального математического анализа, производимого «универсальным аналитическим отображением» канонической экспоненты $\text{Exp}(NS^3)$ сферы S^3 , канонически генерируемой отображением $\text{exp}(NS^3)$ – его односвязной специализацией.

Такое соотношение «локальной и глобальной ипостаси» КАМ-теории дает естественный путь ее коррекции «от аффинности к глобальности через аналитическое продолжение».

10. Ключевая роль экспоненциального отображения нормального расслоения трехмерной сферы с проективной функциональной структурой

Ключевую роль в этой конструкции «КАМ-аннигиляции» играют компактность, алгебраическая простота и функциональная авторекурсивная структура корректно определенной аналитически односвязной экспоненты нормального расслоения NS^3 (канонической проективизации) трехмерной сферы S^3 , создавая неустранимое препятствие к существованию связанных компонент эквивариантной аффинной тороидальной КАМ-динамики (далее, специализацию на связанные компоненты подразумеваем, но терминологически опускаем).

Генератор канонической вращательной динамики трехмерного стандартного геометрического евклидова 3d-шара B^3 имеет функциональную структуру

- канонического генератора аналитически односвязного экспоненциального отображения $\text{exp}(NS^3)$ трехмерной косферы S^3 ;
- *отображения Фробениуса в группе Галуа, реализующей потраекторную параметризацию фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона* (см. ее структуру в [2]) и имеющего смысл канонического самосопряжения этого отображения фазового потока (как в групповом, так и комплексно-аналитическом смысле);

- *канонического отображения кинетического момента фазового потока волчка Ковалевской;*
- *«отображения канонической эквивариантной склейки знаков квадратур классических решений» уравнений Эйлера-Пуассона, в частности, отображения аналитически односвязной склейки тороидальных карт классического слоения Лиувилля-Арнольда для динамики волчка Эйлера (имеющего интерпретацию эквивариантной теории возмущений волчка Эйлера).*

Отображение $\exp(NS^3)$ корректно определено только в конфигурационном аффинном трехмерии (из-за каноничности аффинной проекции глобальной Галуа-групповой структуры на него, см. п. 39) и структурно-функционально устроено как универсальное гладкое отображение, описываемое в п.33.

Классическая тороидальная динамика инъективно вкладывается в это отображение просто как гладкие автоморфизмы классического декартова прямого произведения окружностей.

Отображение $\exp(NS^3)$ является

- *аналитически односвязной гомотетией стандартной трехмерной сферы S^3 ;*
- *аналитически односвязной гомотетией стандартного трехмерного шара B^3 , или эквивалентно - аналитически \mathbb{Z}_2 -градуированной гомотетией трехмерной сферы S^3 ,*

*представляя корректно определенную экспоненту глобального изоморфизма $T_*S^3 \cong T^*S^3$ между касательным и кокасательным пространствами к сфере S^3 .*

Графиком отображения $\exp(NS^3)$ является каноническое расслоение стандартного трехмерного шара на шаровые слои, *имеющее аналитическую топологию.*

Соответственно, гомотетическая структура отображения $\exp(NS^3)$ конечно-порождена (нетривиальный факт, см. [1], [2]) и поэтому корректно контролируемым образом стягивает все *касательно-инвариантные* многообразия (но не *кокасательные*) по диаметрам сферы S^3 (и 3d-шара B^3 соответственно) в их центры.

Тороидальная КАМ-динамика и «малые знаменатели», не имея кокасательных проекций, попадают в класс таких стягиваемых отображений:

- *торы Лиувилля-Арнольда и их прямолинейные обмотки;*
- *аффинная КАМ-тороидальная динамика;*
- *возмущения КАМ-тороидальной динамики*

сначала отображаются на нормальное расслоение 3d-сферы (3d-шара) и затем стягиваются по нему в их центральную точку.

Отображение $\exp(NS^3)$ имеет структуру функционального комплекса (односвязной специализации функционального «тета-дзета комплекса» в контексте формулы Титчмарша связи «базовой тета-функции» и дзета-функции Римана, см. [1]) с индуцированной авторекурсивной групповой операцией, представляющей

- *глобальную (однокартную) аналитически односвязную связность на S^3 ;*
- *каноническую динамическую производную тетраэдральную триангуляцию на S^3 (производный тетраэдральный 3d-тетрис в евклидовом трехмерии);*
- *отображение аналитического примыкания тороидальной тета-динамики к глобальной сферической (шаровой) динамике (это эквивариантная дзета-динамика), которое аналитически реализуется эквивариантным преобразованием Меллина –*

- *его односвязной специализацией со структурой функциональной суперградуировки* (см. [1]),
- осуществляющим непрерывную склейку (*бордантно неэквивалентных*) аффинных тороидальных КАМ-блоков с эквивариантной тета-динамикой в нормальное расслоение 3d-сферы (3d-шара) с эквивариантной дзета-динамикой.

11. КАМ-хаос и КАМ-особенности – автоматически устранимое препятствие к канонической аналитической интегрируемости посредством канонической экспоненциальной Галуа-перенормировки

Акцент на обсуждении КАМ-теории (*теории Колмогорова-Арнольда-Мозера*) в данном тексте, как уже отмечалось в п.1, мотивирован необходимостью согласования общего явного решения уравнений Эйлера-Пуассона, полученного в [1], в том числе, и с этой теорией – теорией возмущений интегрируемых (в смысле Лиувилля-Арнольда) гамильтоновых систем. Отметим, что естественную необходимость такого акцента показали и недавние доклады автора по точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона в Институте проблем механики РАН и в ГАИШ МГУ. Общий контекст здесь состоит в том, что

КАМ-расходимости и КАМ-хаос как общий концепт теории возмущений гамильтоновых систем блокируют даже саму постановку задач о точной разрешимости гамильтоновых уравнений, в частности, уравнений Эйлера-Пуассона.

В результате проведенного согласования, начатого еще в монографии [1], выяснилось, что эта, ставшая давно классической, «коммутативная аффинная» база теории возмущений *интегрируемых гамильтоновых систем – классическая КАМ-теория - в целом, является и принципиально и технически некорректной в части, несогласуемой с эквивариантным аналитическим отображением $\exp(N\mathbb{S}^3)$.*

Но при этом, коммутативная аффинная КАМ-теория обладает нетривиальной априорной эквивариантной перенормировочной коррекцией, образ которой является математически «некоммутативным и глобальным» и также физически осмысленным: его генератором является фазовый поток случая Ковалевской, имеющий каноническую структуру специальной функциональной группы Галуа.

Более того, результат такой *перенормировочной коррекция КАМ-теории имеет в точности антиподальный логический смысл* (включая знаменитый вывод Арнольда о нерезонансной природе устойчивости Солнечной системы, см. п.17).

Поэтому также есть логика и в том, что имеет смысл говорить о *некорректности КАМ-теории в контексте ее математической и физической локальности.*

Пока замеченные автором исключения по корректным частям КАМ-теории составляют:

- диофантовы оценки, ассоциированные с аналитической структурой вращений окружности *в контексте теоремы Зигеля-Брюно* (см., например, [14]) в силу их согласованности с эквивариантной глобальной аналитичностью такого вращения – одного из атрибутов структуры общего решения уравнений Эйлера-Пуассона;
- ***имеющая место быть так называемая «диффузия Арнольда», реализующая «тень» (аффинную проекцию) канонической эквивариантной глобальной экспоненциальной структуры объемлющего фазового потока.***

Действительно, на «диффузию Арнольда» *оказывается возможным смотреть как на аффинную часть (проекцию ограничения) орбиты автоматического (эквивариантного) аналитического продолжения классических «тороидальных» решений в $t = \infty$* - см. [1]). В

этом контексте классическая «аффинная диффузия Арнольда» - естественная аффинная проекция этого отображения аналитического продолжения с канонической экспоненциальной структурой.

Таким образом, можно сказать, что *фундаментальной причиной принципиальной некорректности КАМ-теории (в топологически невырожденном случае - случае более чем одной тороидальной компоненты, см. [3])* - является априорное существование канонической глобальной нормальной формы для пространства аналитических отображений трехмерного евклидова пространства, ассоциированной с его скрытой априорной компактификацией.

Такая глобальная структура несовместима с аффинной локальностью КАМ-теории (и не только в трехмерном случае), то есть, определенности КАМ-теории над топологически открытым аффинным временем. Аргументация этого наблюдения является предметом данной работы.

Также отметим, что традиционное *использование аффинного «2d-Фурье-анализа»* (см. [8], контекст *неинтегрируемости* волчка Эйлера) для гамильтоновых систем с тремя исходными степенями свободы *заведомо физически и геометрически некорректно: как можно описывать*

заведомо «неприводимо трехстепенные» и заведомо некоммутативные физические объекты (например, классические волчки, моделируемые, в итоге, заведомо некоммутативными, алгебраически простыми функциональными изометриями трехмерного шара),

«двумерным математическим коммутативным инструментом», например, двумерным анализом Фурье, как это делается в классике?

Термин «локальность» подчеркивает *локальность (или аффинность) КАМ-теории по отношению к (скрытой от классики) канонической модельной Галуа-Ли-структуре рассматриваемых систем*, реализуемой их глобальной структурой – однокартной структурой атласов соответствующих многообразий.

Оказывается, что именно в евклидовой трехмерии есть точная разностная схема, согласованная с авторекурсивной структурой именно аналитического фазового потока и являющаяся реализацией такой модельной Галуа-Ли-групповой-фактор-структуры.

Этот факт можно выразить следующим утверждением, являющимся следствием теорем 1.32, 1.33 из пп. 32-33 соответственно.

Утверждение 1.11. КАМ-особенности (в частности, «малые знаменатели») – аффинная карта на нейтральном элементе групповой Галуа-симметрии $\exp(NS^3)$ (для «малых знаменателей» это нульмерная аффинная карта), а КАМ-динамика в целом – аффинная карта на этой Галуа-симметрии. Аналитическая формульная специализация глобальной эквивариантной коррекции КАМ-теории в случае трех степеней свободы выглядит следующим образом:

- потенциалом КАМ-особенностей являются нули дзета-функции $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ (они имеют аттракторную динамическую структуру, соответствующее определение аттрактора см., например, в популярной брошюре [15]);
- потенциалом непрерывной КАМ-динамики является дзета-функция $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$;
- потенциалом гладкой (в итоге – аналитической) КАМ-динамики является дзета-функция $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$.

Схема доказательства. Схема доказательства повторяет схему доказательства теоремы о точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона из [1]. При этом, КАМ-акцент доказательства вносит следующую интерпретационную фокусировку:

- устранение КАМ-особенностей и коррекция сценариев развития КАМ-хаоса реализуется *тавтологическим отображением включения* (т.е. *автовключением*) нейтрального элемента этой групповой Галуа-симметрии в область определения исходных динамических систем, компактифицирующим классическое аффинное время;
- такая компактификация реализуется отображением аналитического продолжения исходной КАМ-динамики в бесконечность классического аффинного времени.

Механическим (физическим) эффектом, аннулирующим корректность КАМ-теории, является априорная гироскопическая (автогироскопическая) симметрия, индуцированная свойством канонического дуализма однородности и изотропности модельного конфигурационного неавтономного $(3d+1)$ -времени, имеющего компактную некоммутативную структуру, несовместимую с аффинной коммутативной тороидальной КАМ-динамикой.

Отметим, что орбитой данного канонического отображения дуализма является абсолют классического трехмерного пространства Лобачевского.

По сути именно этот симметричный эффект отмечен в п.1 *в контексте пропуска КАМ-теорией симметрии силовых линий классического поля гравитации для описания динамики вертикального маятника.*

Схема соотношения классической КАМ-теории с эквивариантной КАМ-теорией (согласованной с исходными гамильтоновыми уравнениями) в рамках данной работы концептуально выглядит следующим образом:

{КАМ-теория – теория развития динамического хаоса по мере нарастания возмущения детерминированной динамики}

⇕

{КАМ-доминанция аффинной нерезонансной динамики в возмущаемой системе и борьба с аффинной резонансной динамикой}

⇓

{Эквивариантное аналитическое продолжение классических аффинных фазовых траекторий}

⇓

{Потраекторно эквивариантно возмущенная интегрируемая КАМ-динамика} ⇔ {Орбиты универсальной функциональной симметрии – абсолютной функциональной группе Галуа

*$Gal_{an}\overline{\mathbb{Q}}(t)$ } ⇔ *{образ отображения $Exp(NS^3)$ }**

⇓

{Эквивариантная КАМ-теория}

⇕

{Исключительно резонансная динамика – орбита отображения Фробениуса

$Frob(Gal_{an}\overline{\mathbb{Q}}(t))$ для группы Галуа $Gal_{an}\overline{\mathbb{Q}}(t)$ }

⇕

{Фазовый поток бесконечно-звенного вертикального математического маятника}

⇕

{*Универсальная экспонента $\text{Exp}(NS^3)$ как конечно-порожденный функциональный комплекс*}

⇕

{*категория конечно-порожденно детерминированной динамики как логически антиподальная к свойствам КАМ-теории – терминологически = АнтиКАМ-теория*}

⇕

{*Каноническая универсальная категория интегрируемых систем (гипотетическая)*}.

12. Реализации непрерывной суперградуировки, ассоциированной с глобальной экспонентой $\text{exp}(NS^3)$

Приведем перечень различных реализаций аналитической суперградуировки отображения $\text{exp}(NS^3)$:

- градуировка разложения равновесия автоколебаний вертикального маятника с главной частью их разложения на аффинные компоненты:
 - *четные автоколебания* (вокруг нижнего равновесия) – фазовый поток волчка Эйлера (четный выход из равновесия вертикального маятника, четная каноническая аффинная карта на этом равновесии),
 - *нечетные автоколебания* (вокруг верхнего равновесия) – фазовый поток волчка Лагранжа (нечетный выход из равновесия вертикального маятника, нечетная каноническая аффинная карта на этом равновесии);
- градуировка разложения канонической односвязной компактификации классического пространства-времени Минковского M^4 на две упорядоченные (*четную и нечетную*) аффинные карты старшей размерности, склеенные канонической трехмерной дельта-функцией (см. [2]) – канонической орбитой отображения канонического группового самосопряжения сферы S^3 , лежащей на формальной бесконечности пространства M^4 .

Алгебраическая структура *аналитической суперградуировки «вертикальным маятником»* является естественным функциональным Галуа-расширением классической суперградуировки (в физике, в алгебрах Ли).

Непрерывная суперградуировка «вертикального маятника» имеет следующие интерпретации:
геометро-динамические

- градуировка кокасательного расслоения трехмерной ортогональной группы $SO(3)$ посредством отображения *центральной непрерывной суперсимметрии* сопровождающего тетраэдра относительно его выделенной реберной медианы - отображения являющегося генератором для фазового потока волчка Ковалевской (в ортогональном представлении);
- *градуировка пространства E^3 отображением канонической центральной симметрии в трехмерном евклидовом пространстве E^3* ;
- градуирующего отображения канонической Галуа-нормализации потока больших кругов на S^3 («анализированная нормализация преобразований Ковалевской в ее случае интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона») $t \rightarrow \zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)\right)$ (в конформном представлении);
- градуирующего фазовое пространство уравнений Эйлера-Пуассона отображения канонического *непрерывного* 2-листного накрытия сепаратрисы волчка Эйлера;

- градуирующего пространство \mathbb{E}^3 отображения канонического прямолинейного потока на канонической трехмерной бутылке Клейна;
- эквивариантная (для уравнений Эйлера-Пуассона) кинематическая $(\vec{\omega} - \vec{\gamma})$ -градуировка шара \mathbf{B}^3 как *непрерывно жесткого фазового объекта*, индуцированная просто стандартным определением шара \mathbf{B}^3 как *непрерывной* \mathbb{Z}_2 -градуировки трехмерного евклидова пространства \mathbb{E}^3 , где $\vec{\omega}, \vec{\gamma}$ корректно интерпретируются как переменные уравнений Эйлера-Пуассона, и где
 - $\vec{\gamma}$ -жесткость = односвязная однородность \mathbb{E}^3 = архимедова глобальная односвязная *непрерывность*;
 - $\vec{\omega}$ -жесткость = односвязная изотропность \mathbb{E}^3 = эквивариантная неархимедова (\mathbf{p} -адическая) глобальная *непрерывность*;
 - $(\vec{\omega} - \vec{\gamma})$ -градуировка = односвязная «однородность-изотропность» \mathbb{E}^3 = глобальная *непрерывность* = глобальная *предэкспоненциальность* = непрерывная супержесткость;

физическую интерпретацию градуировки (пояснения в скобках взяты в контексте суперсимметричной интерпретации общего решения уравнений Эйлера-Пуассона из [1])

- «*чисто вещественного осциллятора*» \Leftrightarrow вертикального равновесия классического математического маятника («*mass*→*gravity graduation*»);
- «чисто мнимого осциллятора», или чисто мнимой окружности, транзитивно действующей на сфере \mathbb{S}^3 («*gravity*→*mass graduation*»);
- точками канонической большой («локсодромической») окружности на 3d-сфере \mathbb{S}^3 («*mass*↔*gravity graduation*» \Leftrightarrow «*real time-graduation*»);

арифметическую интерпретацию

- в Галуа-симметричных терминах, ассоциированных со структурой модулярной параметризации эллиптических кривых с рациональными коэффициентами (см. [2] и пп.28-29).

Связь с КАМ-теорией в контексте уравнений Эйлера-Пуассона схематично выглядит следующим образом:

- $\vec{\gamma}$ -градуировка = градуировка «малых знаменателей» (*градуировка конфигурационной жесткости*);
- $\vec{\omega}$ -градуировка = градуировка «больших числителей» (*градуировка фазовой жесткости*);
- $(\vec{\omega} - \vec{\gamma})$ -градуировка = градуировка поглощения (аннигиляции) малых знаменателей (*градуировка фазовой супержесткости*), блокирующая развитие КАМ-хаоса и обеспечивающая, в итоге, нетривиальный конечно-порожденный детерминизм.

13. Модели и интерпретации динамики волчка Ковалевской как общего решения уравнений Эйлера-Пуассона

Глобальная (однокартная) структура фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона имеет представление в виде канонической равноугольной аналитической спирали \mathbf{Sp}_{an} на евклидовой плоскости с эквивариантной топологией - «*канонической аналитически односвязной равноугольной спирали*», представляющей канонический функциональный аналог классической архимедовой спирали (см. [1], [2]).

Данная эквивариантная топология индуцируется естественным действием специальной функциональной группы Галуа на спирали Sp_{an} (со структурой фактор-группового действия с канонической экспоненциальной структурой – авторекурсивного действия).

Соберем наиболее существенные для нас свойства о спирали Sp_{an} в одно утверждение, существенная часть доказательства которого содержится в [1], [2] (за исключением части про функциональный аналог минимальной кривой Фрея).

Утверждение 1.13. Спираль Sp_{an} как множество

- может быть определена как теоретико-множественное декартово произведение аддитивной и мультипликативной окружностей S^1 ;
- эквивалентным образом определяется уравнениями (см. [1], [2]):
 - $\zeta(s, \Delta_{12}(q)) = 0$
 - $F(t, \vec{\gamma}(t), \vec{\omega}(t)) = \exp(t^2 - |\vec{\gamma}(t)|^2 - |\vec{\omega}(t)|^2) = 0$,
 где $\vec{\gamma}(t), \vec{\omega}(t)$ – векторнозначные переменные уравнений Эйлера-Пуассона.

Спираль Sp_{an} как топологическое пространство

- может быть определена как топологически односвязное (непрерывизированное) декартово произведение аддитивной и мультипликативной окружностей S^1 ;
- эквивалентным образом определяется уравнениями (см. [1], [2]):
 - $\zeta(s, \Delta_{12}(q)) = const$,
 - $F(t, \vec{\gamma}(t), \vec{\omega}(t)) = \exp(t^2 - |\vec{\gamma}(t)|^2 - |\vec{\omega}(t)|^2) = const$,
- является функциональным аналогом минимальной (и существующей, в отличие от «неминимального» случая натуральной степени потенциальных решений БТФ, превышающей число 2) кривой Фрея, задаваемой уравнением $y^2 = x(x - 3^2)(x + 4^2)$;
- является непрерывной орбитой сопровождающего аналитические волчки правильного тетраэдра;
- является графиком группового закона на универсальной эллиптической кривой над полем дробно-рациональных функций $\mathbb{Q}(s)$ - канонической спектральной кривой уравнений Эйлера-Пуассона.

Спираль Sp_{an} как аналитическое пространство

- может быть определена как аналитически односвязное (анализированное) декартово произведение аддитивной и мультипликативной окружностей S^1 ;
- эквивалентным образом определяется уравнениями (см. [1], [2]):
 - $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q)) = Const$,
 - $\exp F(t, \vec{\gamma}(t), \vec{\omega}(t)) = \exp(\exp(t^2 - |\vec{\gamma}(t)|^2 - |\vec{\omega}(t)|^2)) = F_{Kow} = Const$,
- является орбитой группового закона на минимальной кривой Фрея;
- является аналитической орбитой сопровождающего аналитические волчки правильного тетраэдра;
- является канонической спектральной кривой уравнений Эйлера-Пуассона.

Интерпретации спирали Sp_{an} .

Спираль Sp_{an} как топологическое пространство представляет:

- график конформного представления канонического прямолинейного потока на трехмерной бутылке Клейна относительно ее канонического диагонального цикла;
- график отображения канонического расслоения стандартного трехмерного шара на шаровые слои, имеющего аналитическую топологию;

- каноническую единственную карту канонического атласа на глобальном изоморфизме между касательным и кокасательным пространствами к сфере $S^3: T_*S^3 \cong T^*S^3$;
- конформное представление глобального расслоения Хопфа трехмерной сферы.

Спираль Sp_{an} как аналитическое пространство представляет:

- график производного группового закона на универсальной эллиптической кривой над полем дробно-рациональных функций $\mathbb{Q}(s)$;
- график аналитически односвязного разрешения центрального сечения эллипсоида инерции волчка Эйлера.

Спираль Sp_{an} как аналитическое пространство представляет:

- конформную модель фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона;
- общее решение уравнений Ковалевской для ее случая интегрируемости;
- график
 - производного потока на каноническом якобиане уравнений Эйлера-Пуассона;
 - универсальной линеаризующей уравнения Эйлера-Пуассона замене времени $t \rightarrow \exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$;
 - отображения Фробениуса для группы Галуа уравнений Эйлера-Пуассона;
 - монодромии выделенной медианы сопровождающего аналитические 3d-волчки тетраэдра.

Спираль Sp_{an} , как топологическое многообразие представляет

- каноническую линию уровня интеграла тривиального волчка (4-го интеграла);
- график (фазовый портрет) вертикального равновесия классического математического маятника;
- канонический однородно-изотропный конус в фазовом пространстве уравнений Эйлера-Пуассона;
- нулевой уровень интеграла Ковалевской.

Спираль Sp_{an} представляет фазовые портреты следующих замечательных физических систем (находящихся вне поля зрения аффинной классики):

- математического маятника в вертикальном равновесии;
- аналитического монополя (над \mathbb{R})/диполя (над \mathbb{C});
- чисто мнимого комплексного/кватернионного осциллятора;
- трехмерного тетраэдрального осциллятора (см. ниже).

Спираль Sp_{an} , как глобальная дифференциально-геометрическая структура, является единым графиком линий уровня канонической метрики в универсальном фазовом пространстве уравнений Эйлера-Пуассона, представляющим каноническое спаривание пространства больших кругов и пространства больших кокругов на трехмерной сфере S^3 .

Спираль Sp_{an} также имеет следующие интерпретации:

- «глобальное аналитически односвязное единое представление нуля и единицы» (это реализуют 4-й интеграл и интеграл Ковалевской – см. [1]);
- авторекурсивного отображения склейки знаков квадратур классических решений уравнений Эйлера-Пуассона в точки закрепления и оси собственного вращения аналитически вращающихся волчков.

Теорема 1.13. Координатной математической моделью глобальной аналитической структуры Sp_{an} является

- корректная аналитически односвязная экспонента от канонической нормальной формы модулярной параметризации эллиптических кривых E/\mathbb{Q} с рациональными коэффициентами с каноническим потенциалом – от общего решения кинематических уравнений Пуассона в виде функции $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$;
- каноническая нормальная форма производной **бимодулярной** параметризации эллиптических кривых E/\mathbb{Q} с рациональными коэффициентами, представляющая общее решение динамических уравнений Эйлера-Пуассона в виде функции $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$.

Эта нормальная форма параметризации кривых в точности является точным решением **общих** уравнений Эйлера-Пуассона **в частном** случае Ковалевской.

Теорема 2.13. Механической моделью глобальной **аналитической** структуры Sp_{an} является *пространство кинетических моментов уравнений Эйлера-Пуассона*. При этом, механической моделью глобальной **непрерывной** структуры Sp_{co} является *пространство угловых скоростей уравнений Эйлера-Пуассона*.

Данная глобальная модель определена уже над компактным временем (классическим аффинным временем, компактифицированным зеркальной инволюцией обратимости) и аналитически описывается гармоническим «3d-дзета-анализом», имеющим красивые (3d+1)-интерпретации в форме (см. [1], [2])

- 3d-шаровой модели (см. также п.25);
- универсального пространства изометрий конфигурационно трехмерных пространств Минковского и Лобачевского.

Теорема 3.13. Динамической реализацией глобальной **аналитической** структуры Sp_{an} является метод Пенлеве-Ковалевской, где

- Sp_{an} – орбита подвижного множества особенностей (нулей и полюсов) пространства мероморфных решений уравнений Эйлера-Пуассона;
- свободное собственное сечение Sp_{an} - неподвижное множество особенностей мероморфных решений;
- свободное собственное сечение Sp_{an} имеет естественную структуру топологического CW-комплекса с естественным механическим смыслом: «**Точка закрепления – ось вращения – плоскость экватора (плоскость эклиптики)**».

Следствие (механический смысл критерия Пенлеве-Ковалевской). Критерий Пенлеве-Ковалевской (см. [8]) представляет критерий аналитической интегрируемости для уравнений Эйлера-Пуассона в следующем смысле:

- является критерием однозначности поля угловых скоростей для классических волчков Эйлера-Пуассона, генерируемого полем угловой скорости канонического правильного тетраэдра, сопровождающего эти волчки;
- **представляет критерий $\vec{\omega}$ -интегрируемости** (см. п.29), которую можно рассматривать как интегрируемость уравнений Эйлера-Пуассона просто на поле их угловых скоростей.

Это утверждение, совершенно естественное с механической (физической) точки зрения, – прямое следствие $SO(3)$ -реализации глобальной (однокартной) конформной аналитической структуры Sp_{an} .

14. Коррекция КАМ-теории как ее же эквивариантное аналитическое автопродолжение в особенности динамики уравнений Эйлера-Пуассона

Взгляд на КАМ-теорию со стороны общего дзета-функционального решения уравнений Эйлера-Пуассона показывает как КАМ-теория конструктивно корректируется как краевая задача.

Механическим смыслом такой глобальной коррекции КАМ-теории является, как ни странно (с естественной физической точки зрения), добавление точек закрепления и осей собственного вращения, классических волчков их же классическую область определения – аффинное конфигурационное пространство уравнений Эйлера-Пуассона - группу $SO(3)$.

Это «механическое пополнение» является следствием того, что *глобальная коррекция КАМ-теории имеет структуру отображения аналитического продолжения в особенности (краевые условия, скрытые для классики)*. Данные особенности механически реализуются геометрическими спектральными характеристиками аналитических трехмерных волчков (в частности, *точками закрепления, осями собственного вращения*), которые

- являются собственными инвариантными пространствами инволюции зеркальной симметрии обратимости по времени;
- являются нейтральными элементами корректно определенной функциональной группы Галуа вертикального равновесия;
- лежат на формальной бесконечности классического аффинного времени и не входят в классическую область определения исходных уравнений.

Указанная выше глобализация

- является отображением «фазовой» компактификации производной аффинной структуры на трехмерной ортогональной группе $SO(3)$, представляющей ее кокасательное расслоение;
- эквивалентна аналитическому продолжению классических решений уравнений Эйлера-Пуассона в бесконечность классического аффинного времени;
- эквивалентна аналитически односвязному разрешению сепаратрисы волчка Эйлера отображением обратимости по времени;
- является транзитивным отображением на «универсальном фазовом пространстве».

и поэтому «универсальна».

В частности, образно говоря, данная глобализация реализует «делимость на универсальный аналитический ноль» – «универсальное пространство малых КАМ-знаменателей».

Действительно, это аналитическое продолжение, в итоге, реализуется прямолинейным потоком на *канонической* трехмерной бутылке Клейна, степень которого и дает «универсальность» - транзитивность этого отображения на множестве «многомерной тороидальной КАМ-динамики».

Принципиально важно, как уже обсуждалось выше, что *результат эквивариантной коррекции КАМ-теории оказывается логически антиподальным* (терминологически - *АнтиКАМовским*):

- в частности, для трех степеней свободы *коррекция КАМ-теории дает каноническую интегрируемость уравнений Эйлера-Пуассона* на присоединенном представлении алгебры $e_8(\mathbb{Q}(s))$ – минимальном мероморфном расширении простой исключительной алгебры e_8 ;

- а в общем случае числа степеней свободы (*гипотетически*) **результат КАМ-коррекции - категория аналитически интегрируемых гамильтоновых систем.**

15. Механический и динамический комплексно-аналитический смысл коррекции КАМ-теории

Также возникает и общее понимание того, почему КАМ-теория вообще возникла (как естественный динамический аналог классического Коши-анализа), хотя, в принципе,

- при привязке КАМ-теории к конкретным дифференциальным уравнениям, влекущим своевременный учет симметрии обратимости по времени в ключевых (твердотельных) системах гамильтоновой механики;
- при согласовании КАМ-теории с небесно-механическими данными (известными В.И. Арнольду, делавшим доклады в ГАИШ МГУ, например);
- при понимании *заведомой некоммутативности и топологической неприводимости топологической структуры фазовых потоков и пространств гамильтоновых систем, моделирующих реальные физические системы* (например, динамику трехмерных волчков)

этого могло и не произойти, поскольку тогда бы классика не пропустила критически важные «сепаратрисные» граничные условия (имеющие как раз специальную резонансную структуру), полностью опущенные в КАМ-основополагающем докладе А.Н. Колмогорова [16].

Малые КАМ-знаменатели в указанном (ключевом в смысловом отношении) механическом контексте оказываются *периодами аффинных переменных «угол» аффинной проекции автоколебательной динамики*

- *универсального (общего) трехмерного волчка – волчка Ковалевской;*
- *тетраэдрального осциллятора – модели канонической аналитической монодромии правильного тетраэдра, сопровождающего общий волчок (волчок Ковалевской) (см. ниже).*

Комплексное время Ковалевской является канонической аффинной координатой на области определения этих автоколебаний (среднем сечении эллипсоида инерции общего волчка, роторе стабилизированного карданового подвеса, см. [2]), обеспечивая их групповую самосопряженную и комплексно-самосопряженную (глобально экспоненциальную) математическую структуру.

Соответствующие геометрический и аналитический контексты таковы: малые КАМ-знаменатели

- становятся дивизорами на диагональном цикле канонической трехмерной бутылки Клейна - канонической глобальной связности на трехмерной сфере S^3 ; данная бутылка Клейна является *аффинно односвязным* образом непрерывного продолжения сепаратрисы динамики волчка Эйлера в ее особенности посредством отображения зеркальной симметрии инволюции (взятой с непрерывным классом гладкости) уравнений волчка Эйлера;
- становятся *собственными нульмерными инвариантными пространствами отображения канонического центрально-подобного вращения в трехмерном евклидовом пространстве, представляющему фазовый поток уравнений Эйлера-Пуассона (см. [1]) и имеющего структуру самосопряженного оператора (см. [1], [2]).*

Связь со вращением классических трехмерных тяжелых твердых тел реализуется эквивалентностью этого центрально-самоподобного самосопряжения с каноническим

аналитическим самосопряжением в пространстве классических кватернионов, имеющим, в итоге, потенциал в виде интеграла Ковалевской (см. [1]).

Механической интерпретацией такого самосопряжения является **автогироскопическая динамика волчка Ковалевской**.

Гипотеза. Фазовый поток уравнений *PVI* реализуется отображением периодического качения шара \mathbf{B}^3 по трехмерному евклидову копространству $\mathbb{E}^{3,*}$. При этом, фазовый поток уравнений *PVI*

- представляет каноническое отображение за период **ко**скорости качения шара \mathbf{B}^3 (эквивалентно – угловой скорости вращения шара \mathbf{B}^3 ;
- переменные уравнений *PVI* являются переменными на эйлеровом и лагранжевом описании выделенной реберной медианы правильного тетраэдра, вписанного в шар \mathbf{B}^3 ;
- реализует аффинное представление отображения глобального аналитического продолжения особенностей мероморфных решений уравнений Эйлера-Пуассона в граничные прямые так называемой «критической полосы» на плоскости комплексного времени – прямые $s = 0$ и $s = 1$, а сами уравнения *PVI* являются дифференциалом этого потока.

Замечание 1.15. Предположение состоит в том, что геометрическая интерпретация фазового потока уравнений *PVI* из Гипотезы *также является интерпретацией метода (теста) Пенлеве-Ковалевской*.

Замечание 2.15. Геометрическая интерпретация фазового потока уравнений *PVI* из Гипотезы, в свою очередь, имеет и физическую, по сути, квантово-механическую, интерпретацию: **это автоколебания трехмерного тетраэдрального осциллятора**.

Имеется некоторая аргументация (см. [2]) того, что его динамика

- описывается уравнениями *PVI* («шестым уравнением» Пенлеве);
- эквивалентная динамике уравнений Эйлера-Пуассона и волчка Ковалевской.

В этом же ключе можно показать, что данный осциллятор представляет

- каноническую эквивариантную компактификацию сепаратрисы волчка Эйлера отображением инволюции зеркальной симметрии обратимости по аффинному времени его динамики см. [2]; соответственно, **переменные уравнений *PVI* являются переменными на эйлеровом и лагранжевом описании выделенной пружины (вместо выделенной реберной медианы) этого фундаментального осциллятора**;
- каноническое аналитическое отображение инверсии в трехмерном евклидовом пространстве относительно выделенного центра;
- каноническое аналитически односвязное двулистное автонакрытие
 - трехмерной сферы,
 - трехмерного шара;
- (гипотетически) физическую интерпретацию нормальной формы Манина для уравнений *PVI* (см. [17]).

Малые КАМ-знаменатели в этой модели квантово-механической природы – неприводимые аффинные проекции периодов автоосцилляций амплитуды выделенной пружины тетраэдрального осциллятора.

16. Аффинная спектральная основа некорректности КАМ-теории

Значительно более тонким техническим (да и фундаментальным) моментом в генезисе коррекции КАМ-теории является осознание *ключевой (генерирующей) спектральной роли эллиптических кривых с рациональными коэффициентами*, кодирующими периодическую (резонансную) фазовую динамику в случае трех степеней свободы.

Соответствующий крайне нетривиальный трехмерный «диофантов конструктивизм» свойства модулярной параметризуемости таких кривых (в итоге, глобально снимающий «проблему малых знаменателей») и коррелирующий с тонкими диофантовыми оценками сходимости типа теоремы Зигеля-Брюно, см. [14]), как абстрактный теоретико-числовой инструмент, появился только в 1994 г. (см. [10]).

Одиночные, насколько известно автору, попытки «динамической прикладной» активации этого, математически чрезвычайно сложного, инструмента в контексте интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона и соответствующей КАМ-теории начались только с 2007 г (см. [1]).

Общее решение уравнений Эйлера-Пуассона (с виду - парадоксальным образом) *по степени вариативности их параметров* оказывается *спектрально сверхжестким* - эквивалентным решению их частного случая - волчка (случая) Ковалевской с весьма специальными значениями параметров.

Функционально-арифметическим контекстом этой жесткости, вероятно, является «нормализованная» эйлера система Колывагина-Тейна (см. [18]), естественным образом (в случае, если это так)

- имеющая геометрическую модель в виде орбиты канонического сопровождающего тетраэдра (*непрерывного супертетраэдра*, см. также п.5) для кинематических уравнений Пуассона – граничных условий для уравнений Эйлера-Пуассона;
- геометрически реализуемая каноническим прямолинейным потоком на канонической трехмерной бутылке Клейна.

Динамически данная спектральная жесткость соответствует *специальной сверхжесткой Галуа-Ли-алгебраической структуре «арнольдского» прямолинейного потока, причем, именно на трехмерной целочисленной решетке из-за возникающей в этой размерности выделенного центра этой решетки как инвариантной точки* (см. п. 39).

В механическом контексте, такая парадоксальная фазовая жесткость объясняется тем, что фазовый поток случая Ковалевской реализуется

- канонической монодромией сопровождающего аналитические волчки тетраэдра;
- канонической (стандартной) аналитической (аналитически односвязной) трехмерной сферой $\mathbb{S}_{C^{an}}^3$ - образом отображения монодромии сопровождающего аналитические волчки тетраэдра.

Сфера $\mathbb{S}_{C^{an}}^3$ представляет универсальное пространство аналитически односвязных изометрий канонической (стандартной) непрерывной (непрерывно односвязной) 3d-сферы $\mathbb{S}_{C^0}^3$.

Каноническая непрерывная сфера $\mathbb{S}_{C^0}^3$ является орбитой *четной реализации* отображения канонической прямолинейной обмотки трехмерного тора Лиувилля-Арнольда с канонической Галуа-групповой структурой.

Каноническая аналитически односвязная сфера $\mathbb{S}_{C^{an}}^3$ представляет каноническую коррекцию торов с прямолинейными обмотками из теоремы Лиувилля-Арнольда для случая трех степеней свободы.

Ключевой механической (физической) интерпретацией функциональных сфер $\mathbb{S}_{C^0}^3$ и $\mathbb{S}_{C^{an}}^3$ является фазовые потоки следующих аффинно одностепенных гамильтоновых систем соответственно:

- отображение фазового потока *вертикального равновесия* классического математического маятника;
- отображение фазового потока собственно *вертикального маятника* – отображение автоколебаний классического математического маятника *вокруг его вертикального равновесия*.

Нетрудно увидеть, что эти динамические системы являются *связанными между собой контрпримерами к КАМ-теории (первая система – граничное условие для второй)*, поскольку:

- с одной стороны – ***эти системы не могут быть отнесены к интегрируемым системам (в классическом КАМ-смысле теории возмущений) над классическим аффинным временем, находясь вне этой области определения;***
- с другой стороны – после мероморфной замены времени Ковалевской и ее последующих (нормализующих уравнения Эйлера-Пуассона в целом) преобразований, *это уже канонически интегрируемые системы, причем, формально в том же КАМ-смысле (поскольку они представляют «тривиальный» волчок и волчок Ковалевской соответственно - см. [1], [2]);*
и это ***свойство интегрируемости имеет место уже не над аффинным, а над обратимым временем, то есть, глобальным (собственно однокартным) временем.***

Еще раз подчеркнем, что причина этой коллизии состоит в том, что *вертикальное равновесие математического маятника, как конфигурационная и как фазовая структура, лежит на формальной бесконечности классического аффинного времени – то есть, вне области определения соответствующей КАМ-теории.*

17. Фундаментальное аналитическое автопродолжение КАМ-теории

Суть динамической некорректности КАМ-теории состоит в том, что *в эту формальную бесконечность времени имеется корректно определенное (скрытое от аффинной классики), априорно существующее, совершенно конструктивное аналитическое продолжение фазовой динамики классического математического маятника (см. [1], [2]), принимающее, в итоге, только конечное число значений, в виде значений специальных вычетов. Априорность существования этого аналитического продолжения обусловлена его канонической глобальной экспоненциальной структурой.*

При этом, *вертикальное равновесие маятника, как динамическая система (т.е. как отображение в фазовом пространстве), «упорядоченно собирает», «адсорбирует» (самосопряженным отображением) все малые знаменатели для КАМ-теории уравнений Эйлера-Пуассона.*

Малые знаменатели «коупаковываются в стэк» отображением фазового потока вертикального равновесия маятника («стэк» здесь подразумевается в алгоритмическом смысле).

Такая *стэковая коупаковка* (отображением маятника) реализуется аналитически конструктивно эквивариантной специализацией формулы связи «тета-дзета» (см. [1]) – уже упоминавшейся формулы Титчмарша, представляющей эквивариантное преобразование Меллина с *суперсимметричной структурой и с механическим смыслом «постановки классического маятника в вертикальное равновесие».*

Данное преобразование описывает компактификацию потока двояко-асимптотических решений на сепаратрисе динамики волчка Эйлера и реализует коррекцию классического аффинного описания фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона на отображение их инволюции аффинной зеркальной симметрии обратимости по классическому аффинному времени.

Образом малых знаменателей при этом эквивариантном отображении «упаковки» являются «амплитудные» (конфигурационные) спектральные характеристики фазового потока автоколебаний вертикального маятника - канонический аффинный спектр его амплитуды.

Геометрия данной связи – представление пространства односвязных изометрий аналитической равноугольной спирали $Sр_{ан}$ в виде функционального комплекса.

Малые знаменатели просто «наматываются» на эту спираль, представляющую орбиту канонической эквивариантной коррекции метода ускоренной сходимости Ньютона-Арнольда.

В развитие классического такого метода сходимости, его эквивариантная $Sр_{ан}$ -спиральная коррекция, образно говоря,

- *эквивариантно перенормирует, или, более образно, «коммутативно адсорбирует» («конструктивно парализует») КАМ-резонансную динамику (тороидально-периодическую) в массивные частицы, и при этом, также*
- *эквивариантно перенормирует, или, более образно, некоммутативно активизирует («конструктивно высвобождает») нерезонансную (тороидально-квазипериодическую) динамику, которая собственно и становится фазовым потоком уравнений Эйлера-Пуассона, разрешая особенности в точках закрепления волчков.*

В этом контексте *малые знаменатели* являются (неприводимой) аффинной картой на механически осмысленном объекте –

- на пространстве равновесий (равновесных состояний, инвариантных фазовых точек);
- на корректном (эквивариантном) конфигурационном пространстве

общего аналитического волчка (волчка Ковалевской).

Такая коррекция канонической модели теории возмущений трехстепенной гамильтоновой динамики «идеологически» также корректирует и вывод В.И. Арнольда о «нерезонансной природе» устойчивости Солнечной системы в, как раз наоборот, вывод о «суперрезонансной природе» ее устойчивости:

Планеты - адсорбированные «малые знаменатели» (это строго резонансные относительные конфигурации) находятся в относительном динамическом равновесии друг с другом, собственные вращения планет – адсорбенты, т.е. «большие числители» (это строго резонансные относительные планетарные угловые скорости строго резонансных конфигураций).

Кстати, на обстоятельство «полной резонансности планетно-спутниковой части Солнечной системы» (так называемая гипотеза Молчанова, см. [19]) неоднократно обращал внимание В.Г. Демин, критикуя В.И. Арнольда, также, впрочем, как и Е.А. Гребеников, обсуждая в частных беседах с автором эффект точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона в стенах ВЦ РАН в первой декаде 2000-тых.

Таким образом,

- малые знаменатели не просто являются препятствием к конструктивному аналитическому описанию фазовой динамики,

а, наоборот, малые знаменатели являются

областью определения «генерирующего глобальную эквивариантную динамику спектра» на канонической аффинной области определения конфигурационных пространств рассматриваемых систем

- нульмерными аффинными картами с «ключевым свойством по Пуанкаре», см. [8]) на конфигурационных пространствах самосопряженных фазовых потоков аналитических гамильтоновых систем над классическим аффинным временем.

Вспоминая основную цель КАМ-теории как «борьбу с малыми знаменателями» ([20]), видим, что

- *КАМ-теория ставит целью избавление фазовой динамики от малых знаменателей,*
- *достигая эту цель, КАМ-теория, по сути, избавляется от собственно самих рассматриваемых ей же систем, как раз конфигурационно (т.е., физически) и генерируемых их ключевой частью.*

18. Объемлющая конструктивная геометрия для КАМ-теории

Технически аффинная спектральная некорректность КАМ-теории устраняется тем, что классические малые знаменатели *инъективно* «эквивариантно поглощаются» нейтральным элементом экспоненты трехмерной сферы – фазовым потоком общего волчка (фактически автонейтрализуются), эквивалентного

- отображению канонического аналитически односвязного отображения центрально-подобного вращения в евклидовом трехмерии с выделенным центром;
- отображению замены времени преобразованиями Ковалевской, реализующими теорию Галуа для нормализации фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона;
- корректно определенной экспоненте от классического $(3d+1)$ -пространства Минковского.

Нетривиальная эквивалентность фазовых потоков (над комплексным временем)

- уравнений Эйлера-Пуассона,
- уравнений случая Ковалевской,
- уравнений автоколебаний математического маятника в вертикальном равновесии,
- уравнений *PVI* (см. аргументацию в [2], [21])

составляет суть метода Пенлеве-Ковалевской анализа мероморфного представления решений (см. [2]) и также обсуждается в п.15. *Эта эквивалентность имеет фундаментальный физический и математический смысл* (см. аргументацию в [2]) и значительный потенциал для дальнейших прикладных исследований.

Сфера \mathbb{S}_{can}^3 также имеет следующие реализации *канонической орбиты*

- *канонического общего аналитически односвязного вращения* в трехмерном евклидовом пространстве с выделенным центром;
- *канонического аналитически односвязного расслоения Хопфа стандартной сферы \mathbb{S}^3 ,*
- *механических автоколебаний тяжелого однородного $3d$ -шара, стоящего на своей неподвижной нижней точке в классическом плоско-параллельном поле тяжести;*

- *канонического аналитически односвязного двулистного накрытия трехмерной целочисленной решетки* (с Галуа фактор-структурой *автонакрытия*, см. [2]);
- эквивалентных отображений в евклидовом трехмерии (случай вещественного времени)
 - аналитического качения массивного однородного диска по прямой, ортогональной классическому плоско-параллельному полю тяжести,
 - односвязного производного отображения (оказывающегося экспонентой) от отображения присоединенного качения стандартного геометрического двумерного диска по прямой;
- канонического аналитически односвязного *авто*продолжения в особенности сепаратрисы волчка Эйлера;
- канонического аналитически односвязного *авто*продолжения произвольной 3d-тороидальной динамики при добавлении бесконечно удаленной точки аффинного времени, инцидентной, в итоге, центру стандартной 3d-сферы S^3 , аффинно расположенному в евклидовом четырехмерии;
- орбиты канонического аналитически односвязного *авто*продолжения классической аффинной динамики интегрируемых случаев уравнений Эйлера-Пуассона в их точки закрепления.

Замечание. Приставка «*авто*» выше индуцированная *автосимметрией* зеркальной обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона.

19. Формулировка результатов о некорректности КАМ-теории

Поскольку *данная работа фокусируется на соотношении КАМ-теории с вопросами интегрируемости важных для механики классических уравнениях Эйлера-Пуассона*, то формулируемые ниже результаты находятся в этом русле. В первую очередь, обсуждается гамильтонова система, являющаяся фундаментальным контрпримером к КАМ-теории.

Теорема 1.19. (*геометрическая модель фазового потока волчка Ковалевской*, см. [1], [2] и также п.5). Геометрической моделью фазового потока волчка Ковалевской является каноническая аналитически односвязная монодромия правильного тетраэдра с выделенным центром в трехмерном евклидовом пространстве.

Данное отображение также имеет реализацию канонической экспонентой (производным отображением) прямолинейного потока на канонической трехмерной бутылке Клейна.

При этом, все интегрируемые случаи (общие и частные) уравнений Эйлера-Пуассона являются каноническими циклами этого экспоненциального отображения и реализуют его аналитическую суперградуировку.

Замечание. Именно это отображение и является технической основой (см. теоремы 2.19, 3.19)

- контрпримера к КАМ-теории;
- конструктивной коррекции КАМ-теории.

Теорема 2.19. (*эквивариантная топологическая тривиальность фазовых траекторий тороидальной КАМ-динамики для топологически невырожденных гамильтоновых систем*). Для интегрируемых по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем с топологически нетривиальными лиувиллевыми слоениями (т.е., с нетривиальным отношением бордантности на аффинных тороидальных картах-блоках Лиувилля-Арнольда), *имеет место потраекторная фазовая стягиваемость: КАМ-торы и КАМ-динамика на этих торах стягиваемы отображением фазового потока (канонической прямолинейной обмотки) на трехмерной бутылке Клейна и поэтому не существуют.*

Следствие 1. Динамика волчка Ковалевской является контрпримером к КАМ-теории для гамильтоновых систем с тремя конфигурационными степенями свободы.

Следствие 2. КАМ-динамика в эквивариантной перенормировке «на обратимое время» реализует аппроксимацию *канонической аналитически односвязной δ -функции (или канонической трехмерной δ -функции)*, представляемой в канонических аффинных координатах на двойственной (в смысле линейной алгебры) комплексной плоскости интегралом Ковалевской в ее же случае интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона.

Теорема 3.19. (*универсальность и каноничность аналитического класса гладкости для топологически невырожденной КАМ-динамики*). Для топологически невырожденных интегрируемых по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем с любым классом гладкости фазового потока над классическим аффинным временем

- конечномерные аффинные тороидальные блоки Лиувилля-Арнольда,
- соответствующая условно-периодическая динамика на этих блоках

канонически инъективно вкладываются в модельную аналитическую динамику - подходящую конечную тензорную степень отображения экспоненты канонического прямолинейного потока на трехмерной бутылке Клейна $(g_{\Gamma, normal}^t)^N$.

20. Глобальность и трехстепенная универсальность динамики волчка Ковалевской – суть контрпримера к трехстепенной КАМ-теории

Именно в спектрально жестком контексте теории возмущений уравнений Эйлера-Пуассона волчок Ковалевской и является ключевым контрпримером к КАМ-теории, обладающей «плоской КАМ-тороидальной динамикой» и ее спектрально «мягкими» (аффинными) деформациями.

Такая спектральная КАМ-«аффинная мягкость» является *невращательной*, «безспиновой», не имеющей кокасательной проекции вращения 3d-сферы, и поэтому - несовместимой с аналитически жесткой вращательной 3d-динамикой *с нетривиальной кривизной такого вращения в силу наличия выделенного центра вращения*.

Это *проективная жесткость* в трехмерном стандартном глобальном пространстве Лобачевского, ассоциированная со вращением трехмерной сферы S^3 – его абсолюта, рассмотренной как граница стандартного четырехмерного евклидова шара. Под указанной глобальностью понимается оснащение стандартного 3d-пространства Лобачевского канонической непрерывной структурой/связностью (см. [1], [2]).

Математически и динамически это означает, что *классические (аффинные) скобки Пуассона (определяемые классическими симплектическими формами на классических фазовых пространствах над аффинным временем) неэквивариантны, а фазовые потоки («прямолинейные обмотки лиувиллевых торов») эквивариантно неполны* - они не продолжены в центр вращения (неподвижные точки аналитического вращения волчков – в точки их закрепления).

Пропускаемое классикой *аналитическое* трехмерное евклидово вращение глобально и дает «спин частиц» - в физическом смысле; он возникает у частиц именно «из-за» фактора «априорного аналитического продолжения».

Такое вращение с выделенным центром конструктивно разрешает особенности КАМ-возмущенной интегрируемой динамики в виде совершенно математически и физически конструктивных «сложно детерминированных» объектов, давая в образе этого «отображения

разрешения» *эквивариантный (и логически антиподальный) «антиинтегрируемый предел»* (см. [20]):

для случая трех степеней свободы:

- *интегрируемую иерархию для уравнений Эйлера-Пуассона* – фазовый поток случая Ковалевской как CW-комплекс всех общих и частных случаев их интегрируемости, причем, с групповой структурой (см. [1]);

для общего случая числа степеней свободы (*гипотетически*):

- *множество (категорию) аналитических интегрируемых иерархий (аналитических спиновых цепочек волчков)* – образов n-кратных композиций фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона, имеющего каноническую нормализацию в виде фазового потока волчка Ковалевской (см. [1], [2]).

Отметим, что собственно именно *аналитическая* вращательная динамика и составляет физическую и геометрическую суть уравнений Эйлера-Пуассона.

Универсальная вращательная динамика именно в евклидовом трехмерии - это и есть *аналитическая* вращательная динамика.

Отметим, что аналитичность вращения включает в отображение вращения и аналитическую гомотетию относительно выделенной конфигурационной точки евклидова трехмерия.

21. Большие числители – антипод малых знаменателей

Классика пропускает симметрию универсальной трехмерной вращательной динамики, *в ядре которой и находятся малые знаменатели.*

На уровне параметров уравнений Эйлера-Пуассона (т.е., «модельно-механически») указанная аналитическая вращательная динамика реализуется вращением волчка Ковалевской вокруг его оси (представляющей «*большие числители*»), с неподвижным множеством (ядром) такого вращения – экваториальной плоскостью его эллипсоида инерции (представляющей орбиту двойственности «*малые знаменатели*»-«*большие числители*»), где (см. также п.2):

- «*большие числители*» в аналитической топологии (это терминологически *смысловой антипод термину «малые знаменатели»*) – нульмерные циклы *прецессионного (по углу Эйлера ψ) вращения оси* кинетического момента волчка Ковалевской;
- «*малые знаменатели*» в аффинной аналитической топологии – ядро отображения *ψ -вращения*, представляющее нульмерные циклы отображения *собственного (по углу φ) вращения оси кинетического момента волчка Ковалевской.*

В этом контексте

- спектральные данные, порождающие за КАМ-хаотизацию, являются открытым аффинным неупорядоченным спектром такого канонического вращения, просто попадая во внутрь (на открытую аффинную карту) его компактной области определения (уже снабженной Галуа-структурой упорядочения);
- малые КАМ-знаменатели становятся аффинными собственными значениями такого, в итоге, конечно-порожденного вращения в классическом трехмерном евклидовом пространстве.

22. Конструктивная точка зрения на трехстепенную КАМ-теорию

Конструктивная точка зрения на трехстепенную КАМ-теорию состоит в том, что

- с качественной стороны, *корректирующий переход от КАМ-динамики к эквивариантной КАМ-динамике* реализуется учетом инволюции обратимости по времени уравнений Эйлера-Пуассона;
- технически этот качественный переход интерпретируется как
 - эквивариантное двулистное накрытие классической аффинной КАМ-динамики и аналитически реализуется координатизацией специальной функциональной связи «тета-дзета», реализующей эквивариантное (аналитически суперградуированное) преобразование Меллина (см. [1]);
 - эквивариантное отображение разрешения КАМ-особенностей.

Ключевым моментом является то, что трехстепенная КАМ-теория, как пространство отображений, должна «пропускаться через» прямолинейный поток на трехмерной бутылке Клейна (*эквивариантно перепараметризовываться*), представляющий (см. п.7)

- фазовый поток так называемого тривиального волчка;
- предположительно, нормализованную (центрированную) эйлерову систему Колывагина-Тейна (см. [18]), имеющую (в таком случае) геометрическую модель в виде
 - орбиты канонического непрерывно сопровождающего аналитические волчки тетраэдра,
 - канонической триангуляции фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона.

Потенциал (предположительно) нормализованной эйлеровой системы Колывагина-Тейна – гамильтониан тривиального волчка (волчка с шаровым эллипсоидом инерции и произвольной точкой закрепления), представляет

- потенциал канонической непрерывной односвязной компактификации стандартного трехмерного евклидова пространства \mathbb{E}^3 ;
- каноническую непрерывную структуру (связность) на стандартной трехмерной *косфере* NS^3 ;
- полную энергию безразличного качения стандартного трехмерного шара по евклидову пространству \mathbb{E}^3 ;
- область определения потенциала производного прямолинейного потока на трехмерной бутылке Клейна – «аналитически нулевой уровень» гамильтониана волчка Ковалевской (см. [1]).

Неоткорректированная указанным образом трехстепенная теория КАМ-хаоса оказывается *неэквивариантным* аффинным атласом на теории возмущений волчка Ковалевской – конструктивной (во всех смыслах) *глобальной* теории канонической аналитической интегрируемости для гамильтоновых систем с тремя классическим (аффинными) степенями свободы.

Эквивариантная трехстепенная КАМ-теория – КАМ-теория в контексте указанной коррекции – это просто каноническая аналитически односвязная компактификация стандартной аффинной флаговой структуры в евклидовом пространстве \mathbb{E}^3 .

Фазовый поток случая Ковалевской, обладающей естественной функциональной симметрией Галуа, эквивариантно корректирует трехстепенную КАМ-теорию до конечного числа канонических генераторов

- «эквивариантного КАМ-хаоса» (см. п. 34),
- канонической аналитически односвязной флаговой структуры в аналитических изометриях трехмерного пространства Лобачевского (см. также п.1),

совпадающем с числом генераторов этой Галуа-симметрии (равным $rk e_8(\mathbb{Q}(s))$) (см. [2]).

В такую конструктивную *глобальную* теорию возмущений оказывается включенным широкий ассортимент математических инструментов, *ассоциированных с программой Ленгленда* (см. [22]), а также физико-механические интерпретации и приложения (см. [1], [2]).

23. Суперсимметричная аттракторная динамика волчка Ковалевской как теоретико-механическая зеркальная симметрия, блокирующая и корректирующая КАМ-хаос

Фазовый поток волчка Ковалевской невозмущаем в рамках аналитической теории возмущений уравнений Эйлера-Пуассона.

Он имеет следующие эквивалентные геометрические интерпретации (см. [1], [2]) в виде канонического аналитического прямолинейного потока

- на стандартной трехмерной решетке с выделенным центром;
- на стандартной трехмерной бутылке Клейна: именно ее геометрия в точности и дает параметры волчка Ковалевской.

Фазовый поток волчка Ковалевской реализует каноническую нормальную форму уравнений Эйлера-Пуассона посредством нормировка их фазового потока на каноническую диагональ их фазового пространства (см. [1], [2]).

Фазовый поток волчка Ковалевской также имеет следующие эквивалентные геометрические интерпретации (см. [1], [2]):

- каноническая общая монодромия (аналитическая самодвойственность) сопровождающего аналитические волчки правильного тетраэдра;
- каноническая групповая универсальная гладкая (аналитическая) структура (связность) на 3d-сфере;
- каноническое аналитически односвязное центрально-подобное вращение в евклидовом пространстве \mathbb{E}^3 ;
- самодвойственность непрерывного отображения центральной симметрии с выделенным центром в \mathbb{E}^3 (имеющего две образующие – зеркальную симметрию относительно выделенного центра и поворот на угол π относительно этого центра).

Фазовый поток волчка Ковалевской имеет следующие эквивалентные геометрические модели:

{отображение $\exp(N(Kl^3))$ }

⇕

{каноническое *локсодромическое качение* геометрической точки по трехмерной *косфере* NS^3 }

⇕

{каноническое $\vec{\omega}$ -периодическое качение

- *общего эллипсоида инерции по плоскости ортогональной силовым линиям классического поля тяжести (3d-ортогональная реализация),*
- *массивного диска по прямой (проективная 2d-линейная реализация)}*

⇕

{каноническая аналитическая связность, реализуемая каноническим изоморфизмом нормального и касательного расслоений $T_*S^3 \cong T^*S^3$ сферы S^3 (см. [1], [2])}

⇕

{орбита склейки аффинных тороидальных карт классического слоения Лиувилля-Арнольда динамики волчка Ковалевской}

⇕

{каноническое *групповое* вращение канонического глобального 3d-шара \Leftrightarrow *каноническая групповая структура на пространстве больших кругов на косфере* $N\mathbb{S}^3 \Leftrightarrow$ *геометрическая модель метода Пенлеве-Ковалевской* \Leftrightarrow замена аффинного времени на *аффинно комплекснозначную мероморфную параметризацию сопровождающего волчки правильного 2d-тетраэдра* (это и есть смысл «комплексного времени Ковалевской»)}

⇕

{аналитически односвязные изометрии стандартного евклидова 3d-шара}

⇕

{аналитически суперсимметричный евклидов 3d-шар \Leftrightarrow 3d-шар с аналитически односвязной функциональной \mathbb{Z}_2 -градуировкой (см. п.1 и [2])}

⇕

{аналитически суперсимметричная склейка фазовых потоков волчка Эйлера и Лагранжа, реализуемая изоморфизмом $T_*\mathbb{S}^3 \cong T^*\mathbb{S}^3$ }

⇕

{каноническое периодическое качение шара \mathbb{B}^3 по трехмерному евклидову копространству $\mathbb{E}^{3,*}$ }

⇕

{нормальная форма фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона}.

Канонический глобальный изоморфизм

$$T_*\mathbb{S}^3 \cong T^*\mathbb{S}^3$$

реализует следующие глобальные перенормировки классического фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона (см. [2]):

- перенормировка динамикой сопровождающего аналитические волчки тетраэдра (конструктивно задаваемого уравнением кривой Фрея, см. также п.7);
- перенормировка на аналитическое (аналитически односвязное) время.

Механический аспект этой глобальной геометрической двойственности - *механическая зеркальная симметрия фазового потока волчка Ковалевской*:

{*Фазовый поток волчка (случая) Эйлера* – переменные «угол» (область определения) фазового потока волчка Ковалевской (рассматриваемого как общее аналитическое возмущение волчка Эйлера) – глобальное касательное пространство к 3d-пространству Лобачевского}

↑

{*Непрерывно-динамическое Зеркало* \Leftrightarrow *канонический прямолинейный поток на* $Kl^3 \Leftrightarrow$ *глобальный странный аттрактор* \Leftrightarrow *фазовый поток тривиального волчка* \Leftrightarrow

перенормирующее отображение аннулирования КАМ-динамики \Leftrightarrow фазовый поток волчка Ковалевской}



{*Фазовый поток волчка (случая) Лагранжа* – переменные «действие» (область значений) фазового потока волчка Ковалевской – глобальное *касательное* пространство к 3d-пространству Лобачевского}.

24. Каноническая аналитическая структура на трехмерной *косфере*

Каноническая групповая универсальная гладкая (аналитическая) структура (связность) на *3d-косфере* NS^3

- глобальна – однокартна в атласе *косферы* NS^3 ;
- реализует каноническую аналитически односвязную параметризацию *3d-косферы* NS^3 – также как функция e^{it} это делает для стандартной окружности;
- ее дифференциал – уравнения Эйлера-Пуассона.

Замечание 1.24. Естественное ограничение аналитически односвязной параметризации *3d-косферы* NS^3 на касательное пространство к трехмерной сфере, представляет *зеркальную (аддитивную) симметрию обратимости по классическому аффинному времени* для уравнений Эйлера-Пуассона, транзитивно действующую в их фазовом пространстве, что и соответствует указанной глобальности.

Геометрические интерпретации аналитически односвязной параметризации *3d-косферы* NS^3 таковы:

- отображение канонического аналитического самосопряжения в пространстве кватернионов; при этом *3d-сфера* S^3 –
 - область значений этого самосопряжения,
 - абсолют в 3d-пространстве Лобачевского (реализованный как чисто мнимая трехмерная сфера);
- аналитически односвязное двулистное накрытие стандартного евклидова 3d-шара;
- каноническую экспоненту прямолинейного потока на *канонической* 3d-бутылке Клейна;
- *автоиндикатрисную модель в односвязной аналитизации стандартного (3d+1)-мерного пространства Минковского* с индикатрисой на бесконечности в виде *чисто мнимой трехмерной сферы*: ее общая параметризация реализуется каноническим глобальным кватернионным самосопряжением.

Отметим, что нули дзета-функционального общего решения уравнений Эйлера-Пуассона имеют топологию аналитического продолжения классических тета-функциональных решений в бесконечность формального времени.

Алгебраические и КАМ-эквивариантный аспекты:

аналитическая *3d-косфера* NS^3 имеет каноническую структуру функционального полного пересечения, представляющую

- полное пересечение (в алгебраическом смысле);
- реализацию простой функциональной группы $E_8(\mathbb{Q}(t))$ в виде комплекса (топологического CW-комплекса);
- рядов аналитической теории возмущений тривиального волчка.

Динамический аспект аналитически односвязной параметризации 3d-косферы NS^3 :

- *иерархия интегрируемых случаев уравнений Эйлера-Пуассона.*

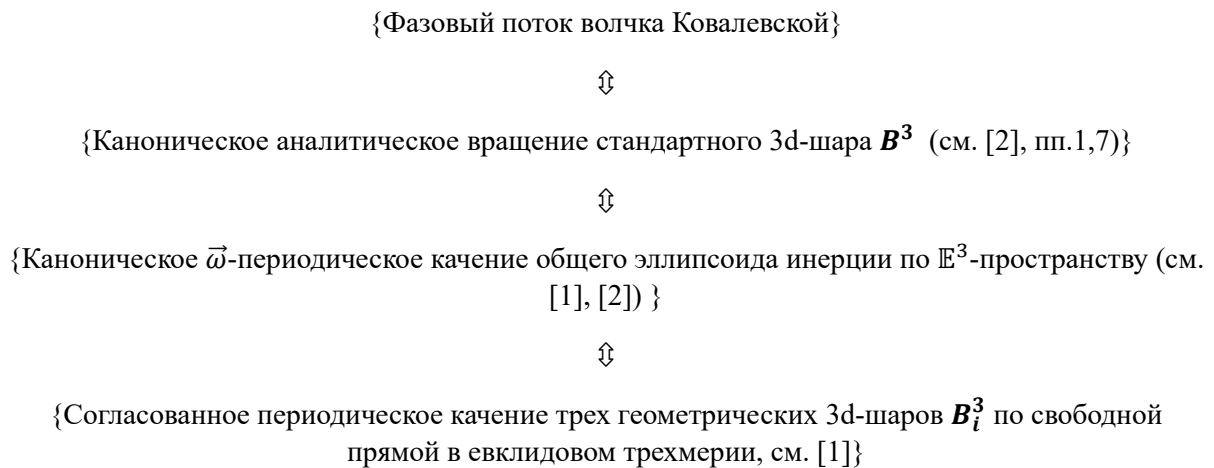
Механическая интерпретация аналитически односвязной параметризации 3d-косферы \mathbb{NS}^3 :

- *фазовый поток массивного однородного 3d-шара, стоящего на неподвижной точке в классическом плоско-параллельном поле тяжести и совершающий «CW-комплекс автоколебаний»,*
- *отображение канонической монодромии правильного 2d-тетраэдра, сопровождающего аналитические волчки (т.е. волчки удовлетворяющие уравнениям Эйлера-Пуассона);*
- *такова, что потенциал этой параметризации - это*
 - *полная энергия приведенной выше шаровой системы;*
 - *дополнительный интеграл Ковалевской.*

Параметры этих автоколебаний в рамках естественной нормировки оказываются нетривиальными вычетами дзета-функционального решения случая Ковалевской в его особенностях, которые оказываются связанными с фундаментальными физическими постоянными (см. [2]).

25. Небесно-механическая интерпретация динамики волчка Ковалевской

Фазовый поток волчка Ковалевской имеет геометрическую модель, являющуюся аналогом геометрической интерпретации Пуансо динамики волчка Эйлера:



$$\mathcal{G}_{c_{1(KI^3)}}^s(\mathbf{B}_1^3(\varphi_{an}(i_+))) \mathcal{G}_{c_{1(KI^3)}}^s(\mathbf{B}_1^3(\varphi_{an}(i_{diag}))) \mathcal{G}_{c_{1(KI^3)}}^s(\mathbf{B}_1^3(\varphi_{an}(i_x)))$$

с упорядоченными генераторами такого качения являются мнимые единицы i_+ , i_{diag} , i_x - генераторы *аддитивного, диагонального аддитивно-мультипликативного и мультипликативного групповых законов* на стандартной окружности \mathbb{S}^1 соответственно}.

Утверждение 1.25. *Земля и есть естественная модель приборной (физической) реализации волчка Ковалевской.*

Доказательство. Следует из того, что конфигурационным пространством «шаровых автоколебаний» является чисто мнимая двумерная сфера (см. [1]), то данная система эквивалентна модели *Гребеникова-Демина-Аксенова* (это так называемая *модель Гредеакс*) гравитационного потенциала Земли, экспериментально подтвержденной с достаточно высокой точностью. ◀

Вместе с тем, **классический вердикт состоит в приборной механической нереализуемости волчка Ковалевской и его чисто виртуальной математической природе** – как результата «мистических» преобразований Ковалевской, лишенных какого-либо механического смысла (см. [23]).

Из приведенной геометрической интерпретации видно, что **в условиях аффинной гравитации (плоско-параллельной классической гравитации на поверхности Земли) реализация указанной 3d-шаровой равновесной динамики невозможна:**

действительно, ее вращательная стабилизация (по физической сути – гравитационная стабилизация) появляется только в условиях невесомости (т.е. в космосе, околоземном космосе).

В рамках этой модели преобразования Ковалевской приобретают смысл эквивариантного перехода от классического аффинного времени (см. [1])

- к глобальному комплексно-аналитическому времени $t \rightarrow \exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$;
- к глобальному вещественно-аналитическому времени $t \rightarrow \exp \zeta\left(\frac{1}{2} + it, \Delta_{12}(q)\right)$.

Такое время можно рассматривать как модель реального физического времени в силу, например, **очень хорошей экспериментальной верификации модели Гредеакса (известный специалистам факт).**

26. Динамика волчка Ковалевской – канонический контрпример к КАМ-теории

Динамика волчка Ковалевской изоморфна корректно определенному отображению канонической **аналитически односвязной** экспоненты $\exp(NS^3)$ (см. [1], [2]).

Отображение $\exp(NS^3)$ имеет в контексте уравнений Эйлера-Пуассона имеет естественный геометрический смысл **канонического аналитического поворота стандартного 3d-шара B^3 с выделенным центром в трехмерном евклидовом пространстве E^3** (см. пп.1,2).

Соответствующая геометрическая «евклидова» суть контрпримера, описываемого Теоремой 2, состоит в том, что

КАМ-торы и их локально-тривиальные расслоения с прямолинейными условно-периодическими обмотками (тороидальная КАМ-динамика) лежат в ядре этого операторнозначного отображения $\exp(NS^3)$ - канонического аналитического поворота 3d-шара:

- **аналитическое вращение шара B^3 является его каноническим вращением и универсально «наматывает на шар» все прямолинейные обмотки КАМ-торов (до их размерности 3 включительно);**
- **стягивание КАМ-динамики в центральную точку 3d-шара B^3 производится эквивариантно по диаметрам этого шара, то есть, по градиентному полю потенциала этого вращения (потенциал - выпуклая функция на шаре – интеграл тривиального волчка; это градиентное поле – топологическая реализация аналитической локсодромической связности Sr_{an} , см. п.13) – описывается хорошо (в отличие, например, от рядов Зундмана для задачи трех тел) сходящимися рядами (это отдельное утверждение, вытекающее из интегрируемости волчка Ковалевской на канонической двойственности Ли для алгебры e_8 – см. [2]).**

Схематично приведем основные структурные характеристики соотношения между КАМ-теорией и динамикой волчка Ковалевской, моделируемой каноническим прямолинейным потоком на канонической трехмерной бутылке Клейна Kl^3 :

малые КАМ-знаменатели реализуют аффинные карты на четной карте равновесия волчка Ковалевской и имеют канонический потенциал $\zeta(s, \Delta_{12}(q))$ - потенциал

- отображения упорядочения **тривиальных** нулей дзета-функционального решения волчка Ковалевской по $\text{mod } 3$ (см. [1], [2]);
- отображения канонического упорядочения множества четных периодов прямолинейного потока на бутылке Клейна Kl^3 (*конструкция такого потока – основной инструмент доказательства стягиваемости КАМ-динамики в теореме 2*);
- групповой функциональной (мероморфной) простой исключительной лиевской симметрии $G_2(\mathbb{Q}(t))$ в неприводимом аффинном атласе на касательном расслоении TS^3 ; данная симметрия является «**универсальной конфигурационной теоретико-множественно интегрирующей**» симметрией
 - для трехстепенных лиувиллевых тороидальных слоений,
 - для нулей мероморфных решений уравнений Эйлера-Пуассона – аффинных картах на классических решениях уравнений Эйлера-Пуассона в классическом аффинном времени, но с учетом симметрии обратимости по нему.

Механический смысл малых КАМ-знаменателей – это множество точек, аффинно инцидентных нулю в обратимом времени уравнений Эйлера-Пуассона, которые

- имеют интерпретацию нульмерной аффинной карты
 - на оси собственного вращения волчка Ковалевской (см. п.5),
 - на стержне автоколебательной динамики вертикального маятника (см. пп.5,6);
- «адсорбируются» (как нульмерная аффинная карта) на ось вращения волчка Ковалевской, совершающей автоколебания (интерес представляет вычисление периодов, посредством соответствующих вычетов на базе дзета-функционального общего решения уравнений Эйлера-Пуассона).

Роль комплексного времени: именно переход к комплексному времени (реализованный нормализующими уравнения Эйлера-Пуассона преобразованиями Ковалевской)

- реализует скрытую эквивариантную перенормировку уравнений Эйлера-Пуассона;
- канонически нормализует исходные дифференциальные уравнения

Этот прием «комплексификации» – каноническое функциональное обобщение приема комплексификации из классической основной теоремы алгебры про разрешимость многочленов над полем комплексных чисел.

Замечание 1.26. Нормальная математическая форма уравнений Эйлера-Пуассона реализуется уравнениями Ковалевской для ее случая интегрируемости и поэтому ее область определения не входит в классическую область определения, поскольку отображение нормализации определено на сепаратрисной динамике волчка Эйлера, содержащей бесконечно удаленную точку классического аффинного времени. При этом образ отображения нормализации – стандартный аналитический шар (аналитически односвязный шар).

27. Техническая идея контрпримера – трехмерная теорема Лиувилля-Арнольда

Проблема некорректности КАМ-теории *возникает «как бы из ничего» как только мы оказываемся в физически осмысленном конфигурационном трехмерии.*

Тогда, неожиданным образом, эта проблема КАМ-некорректности порождается скрытой выделенной высокосимметричностью конфигурационного трехмерия, базирующейся на нетривиальной арифметической Галуа-структуре его канонической решеточной дискретизации.

И это «высокосимметричное трехмерие» оказывается *не только* «генератором КАМ-некорректности», *но и* «генератором конструктивной КАМ-коррекции».

К объектам такой коррекции, возникающей в *конфигурационном трехмерии*, относятся, скрытые для классики

- фазовая изотропность, не учитываемая геометрией лиувиллевых слоев;
- эквивариантная угловая скорость волчков Эйлера-Пуассона (с учетом их обратимости по времени).

Также в конфигурационно трехмерном случае с качественной точки зрения КАМ-теория *«универсально интегрируется» (как слоение) на односвязных отображениях*

- *аналитической монодромии,*
- *аналитическом самоподобии,*
- *аналитическом центрально-подобном вращении*

стандартного (правильного) двумерного тетраэдра в стандартном трехмерном евклидовом пространстве, но при этом аннигилирует как отображение фазового потока:

возмущенная КАМ-динамика попадает в ядро отображения такой абсолютно естественной, но нетривиальной монодромии, имеющей структуру самосопряженного оператора в специальном функциональном пространстве -

- канонической непрерывной компактификации 3d-пространства Лобачевского его абсолютом;
- пространстве больших *ко*кругов на трехмерной сфере \mathbb{S}^3 – больших кругов на *ко*сфере $N\mathbb{S}^3$.

Аналитический контекст этой геометрии – каноническая связь тета и дзета в рамках канонической глобальной координатизации трехмерной сферы посредством формулы Титчмарша (см. [1]), упоминавшейся выше.

В такой *картине глобальной интегрируемости на трехмерной косфере $N\mathbb{S}^3$ аффинная КАМ-интегрируемость переходит глобальную КАМ-интегрируемость*, в итоге, также с каноническим полным набором интегралов «универсального случая интегрируемости» (см. [2]).

При этом, *принципиальной является роль генератора отображения момента для такой глобальной КАМ-интегрируемости* как отображения со структурой *конечно-порожденного полного пересечения* для канонического общего аналитического вращения в евклидовом трехмерии с выделенным центром.

Технической основой этого общего факта «КАМ-аннигиляции» при канонической тетраэдральной триангуляции сферы \mathbb{S}^3 («тетраэдральной монодромии») является *интегрируемость «волчковых» аналитических уравнений Эйлера-Пуассона на «сопровождающем фазовом супертетраэдре»* (см. также [1]).

28. Диофантова симметрия аннулирует КАМ-теорию

Наиболее фундаментальный уровень анализа КАМ-теории и ее последующей коррекции, неизбежно связывает ее с современной диофантовой геометрией.

Теорема 1.28. Эквивариантная теория возмущений для гамильтоновых систем с тремя степенями свободы является теорией деформаций групповых законов на эллиптических кривых E/\mathbb{Q} .

Для случая минимального - непрерывного - класса гладкости, таким образом перенормированная тривиальная арнольдская симметрия «прямолинейной тороидальной обмотки» оказывается универсальным отображением модулярной параметризации эллиптических кривых E/\mathbb{Q} .

В смысловом отношении она оказывается отображением «диофантовой» групповой Галуа-деформации

- на трехмерной решетке $\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$;
- на пространстве эллиптических кривых E/\mathbb{Q} ,

построенным Э. Уайлсом в 1994 г. при доказательстве ключевой части так называемой гипотезы Таниямы-Шимуры-Вейля, принципиально важной для теории чисел (из нее, в частности, вытекала Большая Теорема Ферма).

Ключевой динамической интерпретацией этой «деформационной теории» является глобальная непрерывная коррекция классической теоремы Лиувилля-Арнольда – теория глобальных непрерывных слоев Лиувилля-Арнольда на классы глобальных (непрерывно продолженных в бесконечность классического аффинного времени) прямолинейных *ко*обмоток на трехмерной евклидовой *корешетке* $\mathbb{E}^{3,*}/\mathbb{Z}^3$.

В рамках этой симметрии Уайлса, *классические торы Лиувилля-Арнольда – это, в итоге, аналог несуществующих кривых Фрея* (см. пп. 7, 28-29), – ключевых в динамическом контексте эллиптических кривых, несущих на себе «*диофантовы спектры*».

Под «диофантовыми спектрами» понимается то, что (уже говоря в геометрических терминах) остается от «прямолинейных аффинно-целочисленных трехмерных обмоток-прямых» после их центрально-симметричной непрерывной монодромной перенормировки.

Кривые Фрея «общего вида» являются «составными объектами»:

кривые Фрея делятся (инцидентны) на минимальную кривую Фрея – орбиту канонической параметризации в ортогональном представлении – орбиту сопровождающего аналитические волчки тетраэдра.

Аффинное ограничение этой конструкции является КАМ-динамическим и состоит в том, что «торы Лиувилля-Арнольда делятся на сепаратрису».

И решения классических диофантовых уравнений («диофантовы спектры»), в частности, решения «большого уравнения Ферма», возникают именно как нульмерная часть этой непрерывной функциональной тетраэдральной монодромии.

Ключевой объект КАМ-теории - «малые КАМ-знаменатели» - оказываются как раз в ядре этой фундаментальной функционально-арифметической Галуа-симметрии, построенной Уайлсом.

При этом «диофантовы спектры» оказываются каноническими генераторами «универсального пространства малых КАМ-знаменателей».

Редукция Уайлса на базе конечно-порожденной структуры кольца деформаций эллиптических кривых E/\mathbb{Q} (см. [10], [18]) представляет:

- каноническое непрерывное вращение трехмерного стандартного шара, как глобального (однокартного) многообразия;
- «редукцию на точный трехмерный аналог малой теоремы Ферма», где вместо 3d-шара фигурирует окружность.

29. Диофантова интегрируемость в контексте метода Уайлса как $\vec{\omega}$ -интегрируемость и ее механический смысл

Достаточно схематично, но вполне конструктивно опишем парадоксальную связь между диофантовыми уравнениями и классической механикой, состоящую в наличии *механического смысла Большой Теоремы Ферма (БТФ) и ее обобщения – гипотезы Била (Beal conjecture) о конечности и структуре множества решений аналога уравнения БТФ для произвольных натуральных степеней переменных* (см. также «динамическую диофантову часть» работы [2] в обсуждаемом контексте).

Общая идея здесь состоит в том, что эта связь реализует каноническую непрерывную коррекцию КАМ-теории, которая, в итоге, имеет интерпретацию канонической непрерывной теоремы Лиувилля-Арнольда для случая трех аффинных степеней свободы.

Теорема 1.29. Решения диофантовых уравнений БТФ и Била являются

- каноническим множеством относительных равновесий фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона (это $\vec{\omega}$ -равновесия, где $\vec{\omega}$ – переменная угловой скорости в уравнениях Эйлера-Пуассона) и удовлетворяют следующим уравнениям:
 - $dF_{Kow}(t/\mathbb{R}) = \mathbf{0}$ (для уравнения БТФ),
 - $dF_{Kow}(t/\mathbb{C}) = \mathbf{0}$ (для уравнение Била),
 где $F_{Kow}(t/\mathbb{R})$ и $F_{Kow}(t/\mathbb{C})$ - дополнительный интеграл случая Ковалевской уравнений Эйлера-Пуассона над вещественным и комплексным временем (от которого зависят кинематические переменные, включая $\vec{\omega}$) соответственно;
- базисными точками Галуа-упорядоченных октантных диагоналей в евклидовых 3d-пространствах $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ и $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$ соответственно.

Теорема 2.29. Решения *Большой Теоремы Ферма* имеют следующую *механическую* интерпретацию:

- канонический базис периодов вертикального равновесия математического маятника – аналитического маятника над \mathbb{R} ;
- *канонический базис периодов угловой скорости $\vec{\omega}$ вращения сопровождающего тетраэдра относительно выделенного положения его выделенной реберной медианы в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$* (см. также популярную статью [24] с коррелирующими по отношению к данной интерпретации геометрическими образами).

Решения *уравнения Била* имеют следующую механическую интерпретацию:

- множество базисных периодов косоуго вертикального равновесия математического маятника – аналитического маятника над \mathbb{C} ;
- *канонический базис периодов угловой скорости вращения сопровождающего тетраэдра*
 - *относительно свободного положения его выделенной реберной медианы в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$,*

- относительно выделенного положения его выделенной реберной медианы в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$.

При этом, сами диофантовы уравнения **БТФ** и **Била** являются гамильтонианами этих систем над \mathbb{R} и \mathbb{C} временем соответственно.

*Такая гамильтонова динамическая интерпретация теории разрешимости диофантовых уравнений имеет естественный смысл **диофантовой интегрируемости**.*

Теорема 3.29. Множество неподвижных точек отображения канонического непрерывного вращения 3d-шара – в точности множество решений следующих диофантовых уравнений (также см. Введение в монографии [1]):

- Большой Теоремы Ферма (для общего вращения 3d-шара над \mathbb{R});
- уравнения Била (для эндоморфизмов общего вращения 3d-шара над \mathbb{R}).

При этом потенциалом этих вращений над \mathbb{R} и \mathbb{C} временем соответственно является

4-й интеграл уравнений Эйлера-Пуассона, имеющий вид

$$F(t, \vec{\gamma}(t), \vec{\omega}(t)) = \exp(t^2 - |\vec{\gamma}(t)|^2 - |\vec{\omega}(t)|^2),$$

где $\vec{\gamma}(t), \vec{\omega}(t)$ – векторнозначные переменные уравнений Эйлера-Пуассона.

Интерпретации связи «диофантова геометрия – классическая механика» (по мотивам соответствующих интерпретаций из [1], [2]) схематично такова:

координатизация отображения канонического непрерывного вращения трехмерного стандартного шара,

представляющая

- каноническое непрерывное качение стандартного 3d-шара по трехмерному евклидову пространству;
- евклидову геометрическую модель доказательства Теоремы Ферма для $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$;
- евклидову геометрическую модель доказательства гипотезы Била для $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$;

и также представляющая:

- канонический трехмерный (или эквивалентно – аналитический) аналог одномерного отображения Фробениуса (*это каноническое соотношение между Малой и Большой Теоремами Ферма*);
- глобальную карту на трехмерной сфере \mathbb{S}^3 , представляющей каноническую координатизацию канонического глобального изоморфизма между касательным и кокасательным пространствами к сфере $\mathbb{S}^3: T_*\mathbb{S}^3 \cong T^*\mathbb{S}^3$;
- **фазовый поток тривиального волчка**;
- отображение сходящейся непрерывной теории возмущений для гамильтоновых систем с тремя степенями свободы.

В этом контексте **метод доказательства Уайлса свойства модулярности эллиптических кривых E/\mathbb{Q} с рациональными коэффициентами приобретает смысл числовой (нульмерной), т.е. диофантовой интегрируемости (диофантовой разрешимости).**

Теорема 4.29. (см. [2]). Свойство модулярности эллиптических кривых E/\mathbb{Q} имеет динамическую интерпретацию в виде канонической непрерывной теоремы Лиувилля-Арнольда. Соответственно, в «случае общего положения» (случай свойства «полустабильности

кривых E/\mathbb{Q}) метод доказательства Уайлса представляет координатизацию эквивариантного лиувиллевого слоения максимального ранга на кривые E/\mathbb{Q} .

Следствие. В динамических терминах отображение канонического непрерывного вращения 3d-шара имеет модель в виде эквивариантной (по отношению к уравнениям Эйлера-Пуассона) непрерывной монодромии сепаратрисы волчка Эйлера – симметрии, пропущенной

- в теореме Лиувилля-Арнольда;
- в доказательствах результатов Козлова В.В. и Зиглина С.Л. о неинтегрируемости общего аналитического возмущения волчка Эйлера, традиционно интерпретируемых как «неинтегрируемость уравнений Эйлера-Пуассона» в общей ситуации параметров (см. [4]), что аргументированно отмечено в [1], [2].

Дополнительно отметим, что *эта непрерывная монодромия сепаратрисы пропущена и в соответствующей части классификационной теории лиувиллевых слоений А.Т. Фоменко, касающейся уравнений Эйлера-Пуассона, в силу ее определенности над аффинным временем.*

30. Запреты и вердикты классики как следствие ее аффинной локальности

Классика «запретила» (как соответствующими теоремами, так и просто «верой» в статусе окончательного результата, см. [4]) следующее:

- **существование 4-го интеграла уравнений Эйлера-Пуассона** – но, в итоге, он существует и имеет следующие интерпретации:
 - механическая/физическая:*
 - гамильтониан тривиального волчка,
 - гамильтониан безразличного равновесия массивного однородного 3d-шара в евклидовом 3d-пространстве;
 - геометрическая:*
 - функция высоты (функция Морса) на стандартном 3d-шаре,
 - каноническая метрика в глобальном 3d-пространстве Лобачевского;
 - аналитическая:*
 - потенциал непрерывного *авто*продолжения сепаратрисной динамики волчка Эйлера в ее особенности и точку закрепления,
- **«существование» какого-то разумного смысла у интеграла Ковалевской** (см. [23]) - в итоге, имеющего, в частности, естественный смысл
 - динамический*
 - явного потенциала аналитического *авто*продолжения сепаратрисной динамики в особенности;
 - геометрический*
 - гамильтониана канонического вращения стандартного геометрического шара о шара в пространстве \mathbb{E}^3 ;
 - механический*
 - **гравитационного потенциала Земли (в рамках эквивалентности динамики волчка Ковалевской и модели Гредеакс гравитационного потенциала Земли.**

И именно эти инварианты (интегралы – в принятой в механике терминологии) и оказываются как раз

- потенциалами «арнольдской трехмерной целочисленной решеточной трансляции» (непрерывным и эквивариантно аналитическим соответственно);
- потенциалами канонической глобальной интегрируемости («универсальной интегрируемости») – непрерывной и аналитической соответственно (см. [2]);

- потенциалами модулярной параметризации кривых E/\mathbb{Q} и производной такой параметризации соответственно.

Нетривиальность указанной скрытой симметрии демонстрируется тем, что у указанных симметрий есть и такие физические (механические) интерпретации:

- *гамильтониан автоколебательной динамики классического математического маятника, но в строго вертикальном равновесии (или просто – автоколебания вертикального маятника); при этом,*
 - *классические интегрируемые случаи реализуют спектр автоколебаний «старшего ранга» («общие выходы из вертикального равновесия»);*
 - *частные интегрируемые случаи реализуют спектр автоколебаний «младшего ранга» («вырожденные выходы из вертикального равновесия»);*
- *дополнительный интеграл Ковалевской для уравнений Эйлера-Пуассона.*

31. Классическая трехмерная теорема Лиувилля-Арнольда как парадоксальный аннулятор «своей же» КАМ-теории

Естественным, системным и конструктивным контрпримером к КАМ-теории для гамильтоновых систем с числом конфигурационных степеней свободы не более 3-х является обычный прямолинейный поток g_{Γ}^t на универсальной (в классе аффинных решеток) трехмерной целочисленной решетке $\Gamma \cong \mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$ - стандартной целочисленной решетке в трехмерном евклидовом пространстве \mathbb{E}^3 .

Прямолинейный поток g_{Γ}^t естественным образом является интегрируемой гамильтоновой системой (в смысле «полного набора интегралов» в контексте классической теоремы Лиувилля-Арнольда).

Вместе с тем,

- структура такой динамической системы является нетривиальной в силу большого количества скрытых нетривиальных симметрий отображения g_{Γ}^t ;
- является каноническим генератором экспоненциального отображения $\exp(NS^3)$.

Отображение $\exp(NS^3)$ является каноническим «универсально многосвязным» аналитическим поворотом в трехмерном аналитическом евклидовом пространстве \mathbb{E}^3 и просто математически запрещает существование классической КАМ-динамики ровно также как вращение стандартной окружности посредством транзитивного отображения e^{it} запрещает существование аффинных (открытых) инвариантных областей на этой окружности.

То есть, парадоксальным образом, область определения топологически невырожденной классической КАМ-теории эквивариантно пуста, и этот факт, аннулирующий КАМ-теорию, также парадоксальным образом, является следствием собственно классической теоремы Лиувилля-Арнольда для 3-х степеней свободы.

Специфика конфигурационного трехмерия обусловлена глубоко скрытой симметрией нетривиальностью евклидова трехмерия (а не просто аффинного \mathbb{R}^3).

Эта скрытая симметрия проявляется в богатой и конструктивной симметрии прямолинейного потока на трехмерной целочисленной решетке $\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$ (см. [2]) с учетом его центровки на центр ее выделенной фундаментальной области (фундаментального куба).

Эта симметрия эквивалентна симметрии канонического аналитического продолжения указанного прямолинейного потока в бесконечность аффинного времени, *не учитываемой в классическом доказательстве теоремы Лиувилля-Арнольда* (см. [25]).

Эта некорректность возникает в силу *непродолженности (непрерывной и аналитической) этого потока в формальную бесконечность времени* - т.е. в силу эквивариантной неполноты «прямолинейной условно-периодической модели» фазового потока в доказательстве Арнольда, имеющей место именно в случае 3-х степеней свободы.

32. Построение универсальной динамической КАМ-обертывающей как системного КАМ-контрпримера

Приведем здесь формулировку Теоремы 2.19 из п.19 (присвоив номер данного пункта) и ее доказательство.

Теорема 1.32 (=2.19). (*эквивариантная топологическая тривиальность фазовых траекторий тороидальной КАМ-динамики для топологически невырожденных гамильтоновых систем*). Для интегрируемых по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем с нетривиальными лиувиллевыми слоениями (т.е., с нетривиальным отношением бордантности на аффинных тороидальных картах-блоках Лиувилля-Арнольда), имеет место потраекторная фазовая стягиваемость: **КАМ-торы и КАМ-динамика на них стягиваемы посредством отображения канонического прямолинейного потока на канонической трехмерной бутылке Клейна и поэтому не существуют.**

Доказательство.

1. Конфигурационно трехмерный случай аннигиляции КАМ-торов и КАМ-динамики

В этом случае отображение g_{Γ}^t имеет каноническую нормальную форму $g_{\Gamma_{normal}}^t$ в виде прямолинейного потока на O -центрированной евклидовой 3d-решетке $\Gamma_{normal} \cong \mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3/O$.

Это следует из того, что

- $g_{\Gamma_{normal}}^t$ является отображением канонической непрерывной гомотетии в пространстве \mathbb{E}^3 с непрерывно свободным центром O ;
- отображение $g_{\Gamma_{normal}}^t$ имеет потенциал $F(t, v_*(t), v^*(t)) = \exp(t^2 - |v_*(t)|^2 - |v^*(t)|^2)$, где
 - t – аффинная координата на главной диагонали решетки Γ_{normal} ,
 - $v_*(t)$ – трехкомпонентный вектор в касательном пространстве $T_*(\Gamma_{normal})$,
 - $v^*(t)$ – трехкомпонентный ковектор в кокасательном пространстве $T^*(\Gamma_{normal})$;

- действие отображения $g_{\Gamma_{normal}}^t$ в \mathbb{E}^3 является транзитивным, поскольку

$$\mathbb{E}^3/g_{\Gamma_{normal}}^t \cong \mathbb{S}_{C^0}^3$$

$\mathbb{S}_{C^0}^3$ – это

- каноническая нормальная форма потока больших кругов на стандартной 3d-сфере \mathbb{S}^3 , обладающего транзитивной структурой действия на многообразии $N\mathbb{S}^3$ – косфере \mathbb{S}^3 (на нормальном расслоении $N\mathbb{S}^3$ сферы \mathbb{S}^3);
- каноническая непрерывная структура на многообразии $N\mathbb{S}^3$;
- каноническая глобальная структура с однокартным атласом на \mathbb{S}^3 - **каноническая трехмерная сфера \mathbb{S}^3 (также, как и каноническая окружность $\mathbb{S}^1(e^{it})$);**

- $F(\mathbf{t}, \mathbf{v}_*(\mathbf{t}), \mathbf{v}^*(\mathbf{t}))$ – каноническая глобальная непрерывная метрика на нормальном расслоении $N\mathbb{S}^3$ (также можно сказать, что это просто глобальная метрика на сфере \mathbb{S}^3).

Функция $F(\mathbf{t}, \mathbf{v}_*(\mathbf{t}), \mathbf{v}^*(\mathbf{t}))$ является потенциалом канонического *глобально непрерывного* (однокартно непрерывного, как и в случае e^{it} -вращения окружности \mathbb{S}^1 , глобализующего ее) транзитивного вращения 3d-сферы \mathbb{S}^3 – канонической непрерывной экспонентой *косферы* $N\mathbb{S}^3$.

Следовательно, поскольку у «*глобального*» (*канонического непрерывного*) поворота сферы \mathbb{S}^3 все инвариантные пространства - собственные», то получаем, что

- отображение g_{Γ}^t гомотопно отображению $g_{\Gamma_{normal}}^t$;
- любая двумерная аффинная решетка является собственным сечением канонической трехмерной решетки Γ_{normal} ;
- *любой прямолинейный поток на любой двумерной аффинной решетке является собственным сечением потока $g_{\Gamma_{normal}}^t$.*

Следовательно, трехмерная аффинная тороидальная КАМ-динамика, расслоенная на двумерные подрешетки трехмерной решетки, стягивается, поскольку:

- она обладает естественным вложением в отображение $g_{\Gamma_{normal}}^t$;
- отображение $g_{\Gamma_{normal}}^t$ является стягиваемым отображением
 - с потенциалом $F(\mathbf{t}, \mathbf{v}_*(\mathbf{t}), \mathbf{v}^*(\mathbf{t}))$, где t – канонический аффинный параметр на орбитах отображения стягивания – нормалях к сфере \mathbb{S}^3 ,
 - с орбитами – собственными сечениями корректно определенного глобального (однокартного) нормального расслоения $N\mathbb{S}^3$ сферы \mathbb{S}^3 .

Тороидальные аффинные блоки

- оказываются открытыми аффинными картами на компактной и стягиваемой области определения отображения $exp(N\mathbb{S}^3)$;
- *эффективно контролируемо* стягиваются в центр сферы \mathbb{S}^3 , т.к. потенциал стягивания – каноническая функция Морса на 4d-мерной сфере (это функция $exp F$).

Таким образом, отображение стягивания

- является сходящимся отображением и его разложения в ряды Тейлора сходятся в любой точке;
- оно имеет интерпретацию отображения центрально-подобного вращения в евклидовом пространстве специальной конечной (но достаточно большой) размерности.

Более точно, рассматриваемое отображение стягивания – это

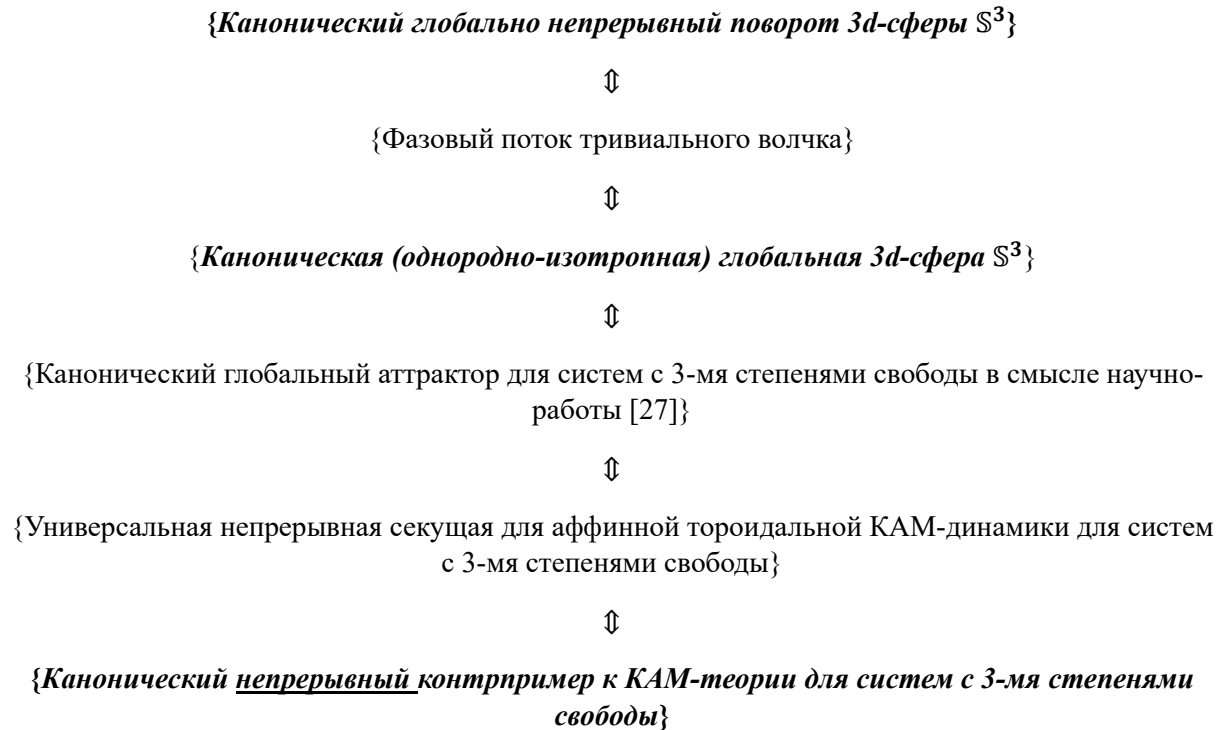
- *гомологически сжимающее* отображение (непрерывная сжимающая гомотетия) для внутренней части сферы \mathbb{S}^3 , лежащей, как *аффинное (но не глобальное) многообразие*, в евклидовом четырехмерии \mathbb{E}^4 ;
- отображение, *имеющее каноническую глобальную (однокартную) структуру отображения канонической гомотетии в пространстве* (см. [1], [2])
 - \mathbb{E}^{20} , для вещественного случая аффинного t -времени, где число $20 = rkG_2(\mathbb{Q}(s))$, $s \in \mathbb{C}$ - число степеней свободы
 - *канонического непрерывного* качения шара по пространству $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$,
 - *вертикального маятника над вещественным t -временем* – «аналитического маятника Капицы-Челомея»,

- \mathbb{E}^{281} , для *комплексного* случая аффинного времени;
281 = $rkE_8(\mathbb{Q}(s))$ - число степеней свободы (число 281 как фундаментальный физический скалярный (нульмерный) инвариант открыто Я.В. Рязанцевым в контексте петлевой теории гравитации, см. [26])
 - *канонического аналитически односвязного* вращения шара в пространстве $\mathbb{E}^3(\mathbb{C})$,
 - *вертикального маятника над комплексным s -временем* («косого вертикального маятника» - «аналитического маятника Уитни»).

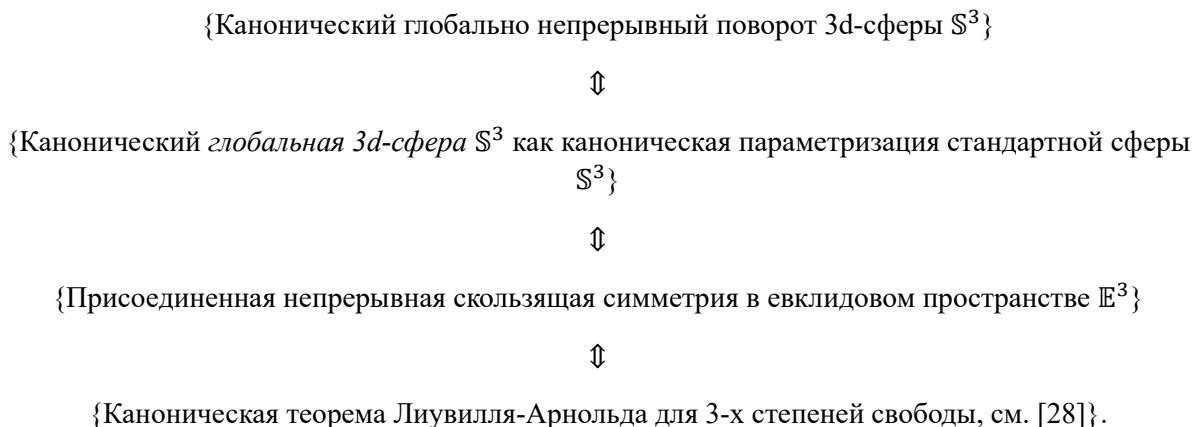
Функция $F(t, v_*(t), v^*(t))$ является потенциалом непрерывного разрешения особенностей градиентного отображения «между» любыми двумя (и значит, - между любым количеством) аффинными тороидальными блоками.

Замечание 1.32 («То, что тебе мешает, тебе и помогает»).

С одной стороны имеем соответствие:



С другой стороны, можно показать (соответствующее рассуждение есть в [1]), что имеются соответствия:



2. Многомерный случай аннигиляции КАМ-торов и КАМ-динамики сводится к трехмерному случаю посредством вложения многомерных тороидальных блоков в корректно определенное тензорное произведение (композицию) отображений $(g_{\Gamma,normal}^t)^N$.

Корректность тензорного произведения (композиции) следует из того, что прямолинейный поток $g_{\Gamma,normal}^t$ на евклидовой 3d-решетке является каноническим прямолинейным потоком на трехмерной бутылке Клейна.

Соответственно, $(n > 3)$ -мерные тороидальные блоки, как топологические многообразия, являются просто аффинными картами на циклах соответствующей размерности прямого произведения N экземпляров канонической трехмерной бутылки Клейна Kl^3 . Таким образом, теорема доказана.

33. Независимость некорректности топологически невырожденной КАМ-теории от ее класса гладкости

Приведем здесь формулировку Теоремы 3.19 из п. 19 (присвоив ей новый номер данного пункта) и ее доказательство.

Теорема 1.33 (= 3.19). *(каноничность аналитического класса гладкости для топологически невырожденной КАМ-динамики).* Для топологически невырожденных интегрируемых по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем конечномерные аффинные тороидальные блоки Лиувилля-Арнольда и соответствующая условно-периодическая динамика на них с любым классом гладкости канонически вкладываются в модельную аналитическую динамику - подходящую конечную тензорную степень отображения канонического прямолинейного потока на канонической трехмерной бутылке Клейна $(g_{\Gamma,normal}^t)^N$.

Схема доказательства Теоремы 1.33 такова:

- отображение $(g_{\Gamma,normal}^t)^N$ является транзитивным отображением
 - на множестве аффинных блоков Лиувилля-Арнольда любой размерности,
 - на условно-периодической динамике этих блоков;
- аффинные блоки Лиувилля-Арнольда являются аффинными картами на орбите отображения $(g_{\Gamma,normal}^t)^N$ - соответствующей тензорной степени канонического прямолинейного потока $l(Kl^3)$ на трехмерной бутылке Клейна Kl^3 ;
- любой класс гладкости как аффинных блоков Лиувилля-Арнольда, так и их условно-периодической динамики является только аффинным понятием: он не является инвариантом отображения $(g_{\Gamma,normal}^t)^N$, поскольку любой такой класс гладкости *автоматически продолжается* до аналитического класса гладкости отображения $(g_{\Gamma,normal}^t)^N$, генерируемого отображением $\exp NS^3$.

34. Схема конструктивной коррекции аффинно аналитической КАМ-теории

Пока лишь схематично опишем схему эквивариантной коррекции КАМ-теории, поскольку она должна касаться всех объектов и структур КАМ-теории и в целом очень объемна.

Основная суть коррекции состоит в том, что в случае односвязного конфигурационного пространства геометрия отображения $\exp(NS^3)$ в точности является реализацией отображения фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона, описывающих динамику классического твердого тела.

В частности, отображение прямолинейного потока $l(Kl^3)$ на канонической 3d-бутылке Клейна представляет фазовый поток уравнений Пуассона - кинематической части уравнений Эйлера-Пуассона.

В частности, это дает *очень красивую каноническую механическую и, одновременно, «физическую суперсимметричную» реализацию канонической трехмерной бутылки Клейна Kl^3* (см. также п. 7):

- конфигурационные переменные (направляющие косинусы) - это канонические четные переменные на многообразии Kl^3 (переменные на симметрическом отождествлении фундаментальной кубической области евклидовой 3d-решетки E^3/Z^3 - отождествлении четной степени на фундаментальном 2d-кубе K^2);
- импульсные переменные (угловые скорости) - это канонические четные переменные на Kl^3 ;
- *время для канонической параметризации фазовых траекторий УЭП – это каноническая переменная на каноническом диагональном цикле Kl^3* (это указывает на то, что этот диагональный цикл представляет модель реального времени – см. также [11]).

Следствие Теоремы 1.33. Функция $exp F(t, v_*(t), v^*(t))$ является потенциалом для конструктивных контрпримеров к сценариям КАМ-хаоса в динамике классического твердого тела, описываемой фазовым потоком уравнений Эйлера-Пуассона (см. также [1], [3]).

Схематично, классические типы сценариев хаотизации в этом случае выглядят следующим образом в соответствии с типами описания фазового потока («эйлеров», «лагранжев»), используемыми в механике (см. [1]) и удивительным (но не случайным) совпадающими с типами «именных» интегрируемых случаев для уравнений Эйлера-Пуассона.

«сценарий Эйлера»:

$$exp F(t, v_*(t), v^*(t))(T(NS^3)) \cong g_{Euler}^t$$

⇕

{сценарий коррекции гиперболического хаоса} ⇔ {коррекция «расщепления сепаратрис»}

⇕

{канонические переменные «угол» на равноугольной спирали Sp_{an} }.

«сценарий Лагранжа»:

$$exp F(t, v_*(t), v^*(t))(N(NS^3)) \cong g_{Lagrange}^t$$

⇕

{сценарий коррекции «эллиптического хаоса»}

⇕

{коррекция «рождения бесконечного числа невырожденных периодических фазовых траекторий»}

⇕

{модулярная параметризация «универсальной эллиптической кривой над \mathbb{Q} »}

⇕

{канонические переменные «действие» на равноугольной спирали Sr_{an} }.

«**Диагональный**» сценарий («сценарий Ковалевской»):

$$\exp F(t, v_*(t), v^*(t))(T(NS^3) \cong N(NS^3)) \cong g_{Kowalewska}^t$$

⇕

{сценарий коррекции «плоского хаоса»}

⇕

{коррекция «ветвления фазовых траекторий в плоскости комплексного времени»}

⇕

{каноническое двулистное автонакрытие сепаратрисы динамики волчка Эйлера}

⇕

{канонические переменные «действие-угол» на равноугольной спирали Sr_{an} }

⇕

{групповой конечно-порожденный комплекс интегрируемых случаев уравнений Эйлера-Пуассона над глобальным аналитическим временем, гипотетически – моделью реального времени, см. [1]}.

Схематично, классические типы коррекции ключевых структур хаотической динамики – преобразования пекаря и рождения глобального странного аттрактора (что очень понятно и наглядно изложено в [27]) - выглядят следующим образом .

{**Визуализация эффекта пекаря**}

⇕

{каноническое двулистное **автонакрытие** двояко-асимптотического движения сепаратрисы динамики волчка Эйлера}

⇕

{визуализация **прообраза свободного конфигурационного вектора** уравнений Эйлера-Пуассона}

⇕

{аффинная карта на автоколебаниях вертикального маятника около его **нижнего** равновесия}

⇕

{канонические **аффинные** переменные «угол» на равноугольной спирали Sr_{an} }

⇕

{**тривиальные** нули односвязной специализации дзета-функции Римана}

Соответственно,

{*Визуализация глобального странного аттрактора*}

⇕

{коррекция «рождения бесконечного числа невырожденных периодических фазовых траекторий»}

⇕

{автоколебание вертикального маятника около его *верхнего* равновесия}

⇕

{канонические *аффинные* переменные «действие» на равноугольной спирали Sr_{an} }

⇕

{*нетривиальные* нули односвязной специализации дзета-функции Римана}

⇕

{*визуализация прообраза свободного вектора угловой скорости уравнений Эйлера-Пуассона*}.

35. Фундаментальность КАМ-контрпримера и конструктивность КАМ-коррекции

В п. 1, отмечался пропуск КАМ-теорией скрытой фундаментальной симметрии. Несколько подробнее, некорректность КАМ-теории возникает из-за *скрытой Галуа-разрешимой групповой непрерывной центрально-симметричности нетеровой симметрии трехмерной целочисленной решетки – естественной базовой интегрируемой КАМ-симметрии (именно на ней интегрируются уравнения Эйлера-Пуассона, см. [1], [2]).*

Данная симметрия возникает после естественной «евклидовизирующей центровки» трехмерной аффинной решетки $\mathbb{R}^3/\mathbb{Z}^3$ до евклидовой решетки $\mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$ с выделенным центром.

Механический смысл такой центровки – фиксация точки закрепления «общего волчка»

Динамический смысл – аналитическое продолжение аффинных решений уравнений Эйлера-Пуассона в бесконечность аффинного времени.

Такая «центровка»

- имеет *фундаментальную аксиоматическую основу*: она представляет априорное (автоматическое) *аксиоматическое пополнение* инвариантных КАМ-тороидальных аффинных пространств до естественного мероморфного расширения (глобального = однокартного) трехмерного пространства Лобачевского:
- ассоциирована с аксиоматичностью самоподобия трехмерной сферы S^3 (эквивалентно – с двойственным самоподобием – самоподобием трехмерного пространства Лобачевского).

В этом смысле, можно говорить о том, что *контрпримером к КАМ-теории является ее каноническая функциональная проективная версия.*

Схематично опишем сейчас конструктивную эквивариантную коррекцию КАМ-теории в результате указанного аксиоматического пополнения, к которой вернемся в механической интерпретации в п.13.

Абелевы КАМ-торы из аффинных пространств (блоков) Лиувилля-Арнольда, например, для базового случая 3-х конфигурационных степеней свободы, «аксиоматически пополняются» до естественных расширений - «эквивариантных прямолинейных обмоток» - прямых в описываемом чуть же проективном пространстве, имеющих реализацию в виде эллиптических кривых E/\mathbb{Q} над полем рациональных чисел \mathbb{Q} .

Тороидальные блоки Лиувилля-Арнольда аксиоматически пополняются до пространств классов изогенности кривых E/\mathbb{Q} («эквивариантных стэков») модулей кривых E/\mathbb{Q} имеющих, в итоге, эквивалентные реализации:

- **канонического функционального пространства Лобачевского – канонического минимального мероморфного (дробно-линейного) расширения стандартного трехмерного пространства Лобачевского** (см. [1], [2] и п.2);
- **универсальной обертывающей (секущей) интегрируемой КАМ-динамики.**

Сепаратрисные многообразия - критические «полноразмерные» слои слоений Лиувилля-Арнольда:

- аксиоматически пополняются до гиперповерхностей в каноническом функциональном пространстве Лобачевского;
- реализуют проективные функциональные многообразия типа $K3$ (см. [29]) – многообразия $K3$ с соответствующими кэлеровыми (вместо симплектических) структурами (см. также [2], [3]) над естественным замыканием (эквивариантной группой Галуа) функционального поля дробно-рациональных функций;
- представляют канонический абсолют трехмерного пространства Лобачевского с канонической непрерывной топологией.

Отметим здесь, что сепаратрисные поверхности (например, сепаратриса волчка Эйлера) – канонические аффинные периоды отображения канонического аналитического качения 3d-шара по евклидову 3d-пространству.

Таким образом, указанная «евклидовизирующая центровка» аффинной решетки $\mathbb{R}^3/\mathbb{Z}^3$ (это, в итоге, каноническая универсальная эквивариантная решеточная перенормировка) выявляет изначально скрытую структуру функциональной Галуа-групповой **авто**присоединенности этой симметрии, причем, структуру обладающую конструктивным (с явным видом) потенциалом.

Указанная «автоприсоединенность» имеет аксиоматическую природу конструкции функционального (мероморфного) расширения трехмерного пространства Лобачевского.

Динамическим и аналитическим смыслом «евклидовизирующей центровки» аффинной решетки $\mathbb{R}^3/\mathbb{Z}^3$ оказывается замена времени, осуществленная Ковалевской при ее «нормализующем» подходе в решении уравнений Эйлера-Пуассона.

Она, в итоге, имеет

- естественную **структуру канонической глобальной нетеровой симметрии на трехмерной решетке**, нетривиально геометрически реализуемую каноническим прямолинейным потоком на трехмерной бутылке Клейна;
- сложную «производную дзета-функциональную» структуру операторно-значной функции $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$.

Таким образом, с виду структурно простая симметрия, оказывается **каноническим генератором «универсальной функциональной Галуа-симметрии»**, представляющей скрытое глобальное аналитическое продолжение фазовой динамики в бесконечность формального аффинного времени посредством транзитивного действия инволюции обратимости по времени, присущей гамильтоновым системам.

Геометрическим образом этой симметрии, вполне наглядным и здесь не детализируемым (некоторую детализацию см., например, п.1 из [2]), является «каноническая аналитическая трехмерная сфера S_{an}^3 », или эквивалентно, - «универсальная аналитическая структура» на стандартной трехмерной сфере S^3 .

Аналитическая функциональная (или просто – аналитическая, или – универсальная функциональная) теория Галуа глобализует, селектирует и упорядочивает аффинные (локальные) гладкие КАМ-структуры в универсальный аналитический класс гладкости как универсальный комплекс классов гладкости.

В частности, в ядре корректирующего КАМ-теорию эквивариантного Галуа-отображения - аффинной части области определения «универсальной функциональной Галуа-симметрии» - лежат и «малые КАМ-знаменатели» - базовая математическая конструкция для обоснования механизма хаотизации невозмущенной детерминированной динамики.

Эти малые числа (важно, что «малость» рассматривается только по классической архимедовой норме) такая Галуа-симметрия адсорбирует, упорядоченно «укладывая» их как *упорядоченные периоды* таких эквивалентных динамических систем как:

- собственная (внутренняя) вращательная динамика на больших кругах на трехмерной сфере S^3 (здесь не уточняем класс гладкости этой динамики, имея ввиду качественный смысловой аспект «существования скрытой структуризации множества малых знаменателей»; для случая трех степеней свободы – это непрерывный класс гладкости для эндоморфизмов потока больших кругов на S^3);
- собственные автоколебания вертикального математического маятника;
- осей вращения моделируемых моделями физических волчков, описываемых уравнениями Эйлера-Пуассона (см. [2]).

36. Экспонента трехмерной косферы как база контрпримера к КАМ-теории

Именно этот «эффект глобального аналитического продолжения», «глобальной аналитической параметризации», или «эффект универсально интегрирующего коцикла», имеющий смысл

- *самоподобия трехмерной сферы со структурой канонического экспоненциального отображения;*
- *автоколебательной динамики строго вертикального математического маятника,*

и пропускает классическая теорема Лиувилля-Арнольда.

Другими словами, краткий вывод из этих замечаний состоит в том, что

каноническая аналитическая теория Галуа, ассоциированная с отображением $\exp(N\mathbb{S}^3)$ и является фундаментальным (сущностным и системным) контрпримером к КАМ-теории и она же является ее конструктивной коррекцией.

То есть, по сути, в строгом математическом смысле аналитическая теория Галуа является АнтиКАМ-теорией (см. также [2]).

И образно говоря,

- *вместо «КАМ-торов с прямолинейными обмотками» возникают «сферы с прямолинейными обмотками», реализуемые сферой S^3 с потоками больших кругов соответствующих классов гладкости, определяемых числом конфигурационных степеней свободы равновесий исходной системы.*
- *вместо «КАМ-тороидальных блоков, расслоенных на КАМ-торы» возникают «косферы с прямолинейными кообмотками», реализуемые косферой S^3 с потоками больших кокругов соответствующих классов гладкости, определяемых числом конфигурационных степеней свободы исходной системы*

При этом, возникающий функциональный класс контрпримера выше ζ -функционального класса – это ζ -функциональный класс, базирующий на специальной ζ -функциональной структуре общего решения уравнений Эйлера-Пуассона - операторно-значной функции $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ с «трехмерной дельта-функциональной структурой» (см. [1], [2]).

Важным физическим следствием такого вывода является нефизичность конфигурационно нетрехмерной теоремы Лиувилля-Арнольда и соответствующей КАМ-теории: размерная физическая динамика, как это следует из возникающей эквивариантной коррекции КАМ-теории, не может быть аффинно плоской (тороидальной): контрпример к КАМ-теории как раз принадлежит классу моделей реальных размерных физических систем.

Отметим, что речь идет об общей ситуации – случае *гомотопически невырожденной* (нетривиальной) интегрируемой гамильтоновой динамики (нетривиальной в смысле структуры лиувиллева слоения – то есть, слоения, содержащего более одной неприводимой карты в полном атласе; «динамики с сепаратрисой»). Такие слоения являются стандартной областью определения КАМ-теории.

37. Конструктивный сложный детерминизм вместо КАМ-хаоса

Необходимость аргументации некорректности КАМ-теории, естественным образом, прежде всего, важна для *научно-технологической практики и образования, дезориентированных* на сегодняшний день повсеместно демонстрируемой картиной, как в итоге оказывается, алгоритмически некорректных компьютерных сценариев динамического хаоса, вместо, в целом остающейся за кадром, нетривиальной корректной картины физически реального сложного детерминизма – физически и математически КАМ-антиподальной картины (см. [1], [2], [3], [30]), которая пока лишь приоткрылась и которую еще во всей полноте только необходимо исследовать.

Исходной причиной этой, на данный момент *крайне трудной во многих отношениях, тем*, как уже отмечалось в п.1, послужил факт точной разрешимости (в аналитическом формульном смысле) классических уравнений Эйлера-Пуассона в специальных ζ -функциях, резко нестыкующийся с КАМ-теорией (см. [1], [2]).

Этот результат *и приводит к идее «дзета-структуры» сущностного (фундаментального) и системного контрпримера к КАМ-теории, состоящей в построении* (а точнее – в идентификации существования) универсальной эквивариантной (т.е., согласованной с фазовыми потоками рассматриваемых гамильтоновых систем)

- *динамической обертывающей (в терминологическом и смысловом контексте терминологии для алгебр Ли, см. [31]);*
- *динамической секущей по Пуанкаре-Флоке в классической терминологии*

в пространстве блоков аффинно аналитической тороидальной КАМ-динамики в виде универсальной канонической экспоненты $\exp(NS^3)$ стандартной трехмерной сферы S^3 , имеющей, в итоге, Галуа-симметричную структуру.

Такая экспонента в минимальном (генерирующем) случае ее односвязной специализации изоморфна как раз отображению фазового потока уравнений Эйлера-Пуассона и геометрически представляет глобальную аналитизацию (уточнение этого естественного понятия см. в [2]) сферы S^3 , реализующую сферу S^3 :

- как глобальное аналитическое многообразие (с однокартным атласом);
- как фазовое пространство автоколебаний строго вертикального математического маятника;
- как орбиту универсального отображения Пуанкаре-Флоке (орбиту универсальной монодромии) для множества классических лиувиллевых слоений уравнений Эйлера-Пуассона.

Соответственно, **канонический генератор односвязной специализации экспоненты $\exp(NS^3)$ имеет функциональную структуру и представляет фазовый поток уравнений Пуассона – граничных условий для уравнений Эйлера-Пуассона.** Оказывается, что он имеет каноническую арифметическую структуру модулярной параметризации эллиптических кривых с рациональными коэффициентами (см. [1], [2]), аннулирующую малые КАМ-знаменатели.

Математической платформой этого результата стал метод Э. Уайлса ([10], [18]), установившего, что трехмерная целочисленная решетка имеет богатую многомерную внутреннюю Галуа-симметрию с очень жесткой структурой собственных пространств – множеством решений диофантовых уравнений, включая знаменитое «большое» уравнение Ферма (соответствующую механическую интерпретацию см. в пп. 28-29).

Динамической интерпретацией этого фундаментального метода Э. Уайлса оказывается каноническая глобально непрерывная теорема Лиувилля-Арнольда (см. [2]).

Данная теорема является описанием отображения непрерывной монодромии (непрерывного самоподобия) стандартного (правильного) двумерного тетраэдра в стандартном трехмерном евклидовом пространстве.

Данное отображение имеет структуру полного пересечения в пространстве деформаций эллиптических кривых E/\mathbb{Q} , описанную в [18].

Механический смысл этого функционального полного пересечения – непрерывная динамика канонического «сопровождающего тетраэдра» для уравнений Эйлера-Пуассона, представляющая аналитическую суперградуировку классического описания их фазового потока.

На этой «арифметико-динамической» базе получается принципиальный факт:

секущее (по Пуанкаре-Флоке) «универсальное экспоненциальное» отображение $\exp(NS^3)$, универсально обертывающее КАМ-динамику (в смысле аналога понятия обертывающей алгебры для алгебр Ли – см. [31], где аналог идеала перенормировки – это прямолинейный поток на канонической трехмерной бутылке Клейна Kl^3) - аннулирует (в строгом математическом - операторном смысле) классическую аффинно аналитическую КАМ-теорию как пространство объектов и отображений, включая КАМ-торы и динамику прямолинейных обмоток на них.

38. Каноническая экспонента трехмерной косферы как универсальный аннулятор аффинно аналитической КАМ-динамики

Глобальная аналитическая динамика $l_{an}(Kl^3)$ имеет каноническую многомерную (см. про эту размерность в доказательстве теоремы 2) «глобально центрально-симметричную» модель в виде канонического корректно определенного экспоненциального отображения $Exp(\mathbb{S}^3)$ стандартной трехмерной сферы \mathbb{S}^3 с естественными условиями на его связность (точнее – на степень «связной многосвязности»; в генерирующем случае 3-х степеней свободы имеет место односвязность).

Отображение $Exp(N\mathbb{S}^3)$ – это бесконечная натуральная степень корректной итерации канонического прямолинейного потока $l(Kl^3)$. Орбита этого отображения является аффинно плоским функциональным многообразием.

Механическая реализация отображения $Exp(N\mathbb{S}^3)$ –

- *аналитическое прямое произведение (аналитическое тензорное) аналитического качения 3d-шаров в бесконечном количестве по евклидову трехмерию (оно периодически «по вращению»);*
- *автоколебания бесконечнозвенного математического маятника строго в вертикальном равновесии.*

Связь с классической теоремой Лиувилля-Арнольда имеет вид:

- *пара $(N\mathbb{S}^3, l(Kl^3))$ является корректным универсальным тором Лиувилля-Арнольда*
- *пара $(\mathbb{S}^3, l_{an}(Kl^3))$ является корректным универсальным слоением Лиувилля-Арнольда.*

Удивительным образом, односвязная специализация отображения $exp(N\mathbb{S}^3)$ представляет просто классическую теорему Лиувилля-Арнольда для трех степеней свободы (см. доказательство теоремы 1).

Классическая локально-тривиальная аффинная коммутативная тороидальная структура КАМ-динамики является несовместимой с

- глобальной;
- аффинно некоммутативной;

а также

- проективной;
- функциональной

структурой этой экспоненты $exp(N\mathbb{S}^3)$, априорно существующей в силу канонической проективной самодвойственности нормального расслоения $N\mathbb{S}^3$ сферы \mathbb{S}^3 .

39. Скрытая функциональная Галуа-симметрия евклидова трехмерия, не учитываемая КАМ-теорией

Математической моделью отображения $exp(N\mathbb{S}^3)$ является каноническая функциональная (т.е. бесконечномерная) групповая Галуа-структура на больших кругах на сфере \mathbb{S}^3 .

Фундаментальная парадоксальная геометрическая реализация отображения $exp(N\mathbb{S}^3)$ – прямолинейный поток на трехмерной евклидовой решетке, имеющий автоприсоединенную функциональную групповую структуру.

Экспоненциальное отображение $\exp(NS^3)$ также имеет каноническую функциональную авторекурсивную групповую структуру

- аналитического центрального подобия;
- аналитического центрально-подобного вращения

стандартного 2d-куба в евклидовом трехмерии \mathbb{E}^3 относительно выделенного центра этого пространства.

Отображение $\exp(NS^3)$, рассмотренное как группа, (например, над \mathbb{R})

- представляет каноническое универсальное расширение классической 4-х элементной группы Галуа S_4 (односвязное в случае конфигурационной размерности 3);
- изоморфна функциональной группе с **каноническим одномерным генератором** – производной группой Галуа $[Gal \mathbb{Q}(t), Gal \mathbb{Q}(t)]$ (см. [1], [2]).

Критически важно отметить, что данная групповая симметричная Галуа-структура реализуется (математически корректна) только для конфигурационной размерности, равной 3-м – конфигурационной размерности модельного физического пространства, поскольку точное ортогональное (евклидово) представление группы Галуа S_4 существует только в этой размерности.

Действие отображение $\exp(NS^3)$ отводит роль неэквивариантного аффинного сечения для конечномерного аффинного тороидального слоения Лиувилля-Арнольда.

Это слоение, теоретико-множественно погруженное в орбиту действия отображения $\exp(NS^3)$ становится неэквивариантным множеством элементов – множеством элементов, не связанных эквивариантной групповой операцией (определенной на функциональном пространстве больших кокругов на \mathbb{S}^3).

Замечание 1.39. Стягиваемость связной компоненты аффинной КАМ-тороидальной динамики над \mathbb{R} или \mathbb{C} в точку *не означает стягиваемости объемлющего ее фазового пространства – пространства ее секущей динамики:*

- нейтральный элемент групповой решетки Γ_{normal} лежит на формальной бесконечности \mathbb{R} или \mathbb{C} -времени рассматриваемых динамических систем;
- поэтому прямолинейный поток $g_{\Gamma_{normal}}^t$ на ней нестягиваем над \mathbb{R} или \mathbb{C} ;
- соответственно, возникает понятие «спиновой стягиваемости», которое ведет к «стягиваемости фазового потока на решения диофантовых уравнений» в духе обсужденной выше редукции Уайлса.

В механическом (физическом) смысле это означает, что *вращательной (спиновой, изотропной) стягиваемости нет* (т.е., вращение в \mathbb{E}^3 , или изотропность \mathbb{E}^3 – топологический инвариант), а в математическом смысле – то, что есть аффинная (локальная) стягиваемость, но нет глобальной стягиваемости.

40. Геометрические и физические причины некорректности КАМ-теории

В соответствии с перенормировкой, произведенной в доказательстве Теоремы 2, можно показать (здесь этого не делается), что гамильтониан (потенциал) «канонической универсальной аналитизации» потока g_{Γ}^t в канонических аффинных координатах на двойственной $\Gamma^* \cong \mathbb{E}^{3,*}/\mathbb{Z}^3$ к исходной решетке $\Gamma \cong \mathbb{E}^3/\mathbb{Z}^3$ представляет потенциал

- канонической аналитической нетеровой симметрии в евклидовом котрехмерии $\mathbb{E}^{3,*}$ (с метрикой F , определенной в доказательстве Теоремы 2);

- канонической аналитической связности (структуры) в \mathbb{E}^3 ;
- канонической аналитической нетеровой симметрии в стандартном трехмерном пространстве Лобачевского (с глобальной кэлеровой структурой $\ln(t^2 - |v_*(t)|^2 - |v^*(t)|^2)$);
- **канонического аналитического прямолинейного потока на трехмерной бутылке Клейна.**

Математически нетривиальный и физически (в том числе, механически) содержательный смысл гамильтониана *аналитически односвязного* прямолинейного потока g_{Γ}^t состоит в том, что он имеет вид интеграла случая Ковалевской для уравнений Эйлера-Пуассона (см. [1], [2]).

В этом контексте «*классическая твердотельная вращательная механика «получается» из модельной динамической геометрии*» - геометрии отображения g_{Γ}^t , реализуясь «как изоморфный объект».

41. Динамические причины некорректности КАМ-теории

Качественной фундаментальной динамической причиной некорректности КАМ-теории является ее несовместимость с отображением непрерывной (и тем более, аналитической) склейки разделенных сепаратрисным инвариантным множеством блоков Лиувилля-Арнольда (т.е., в топологических терминах – *нетривиально бордантных блоков Лиувилля-Арнольда*).

Такая склейка реализуется как раз (подходящим образом перенормированным в доказательстве Теоремы 1) отображением g_{Γ}^t , эквивалентным скрытому отображению центральной симметрии фазовых пространств конечномерных гамильтоновых систем.

Техническая суть КАМ-контрпримера в общем случае состоит в выполнении следующей последовательности отображений:

- любой конечномерный аффинный тороидальный блок Лиувилля-Арнольда любой размерности априорно (*автоматически*) *биективно вкладывается* в подходящую конечную тензорную степень $(g_{\Gamma}^t)^N$ отображения потока g_{Γ}^t как аффинное подмногообразие (аффинная карта);
- при этом, *он оказывается полностью в ядре аналитического автопродолжения этого отображения вложения;*
- *отображение g_{Γ}^t представляет* (с точки зрения классической теоремы Лиувилля-Арнольда) *каноническую односвязную склейку отдельных аффинных тороидальных блоков Лиувилля-Арнольда, разделенных особыми (сепаратрисными) слоями слоений Лиувилля-Арнольда;*
- отображение прямолинейного потока g_{Γ}^t
 - представляет канонический генератор скрытого отображения универсальной центральной симметрии фазовых пространств, в частности, конечномерных гамильтоновых систем;
 - ключевым фактом является то, что этот канонический генератор определен *именно для трехмерной евклидовой решетки.*

В итоге, вложение аффинной тороидальной КАМ-динамики в орбиту отображения указанной чуть выше центральной симметрии влечет эквивариантную стягиваемость (над полями вещественных и комплексных чисел, моделирующими аффинное время рассматриваемых систем) как самих блоков Лиувилля-Арнольда, так и «классически нестягиваемой» тороидальной динамики на них, определяемой теоремой Лиувилля-Арнольда.

В итоге, *корректная (эквивариантная) гамильтонова фазовая динамика – это геометрия канонического глобального трехмерного пространства Лобачевского (т.е., пространства с одной картой в атласе), являющаяся каноническим односвязным расширением аффинной и евклидовой геометрии (геометрии КАМ-теории) с соответствующей размерностью исходного тороидального блока (и в этом смысле – поглощающая ее как аффинную карту на проективном многообразии).*

При этом, гамильтонова форма рассматриваемых (в том числе КАМ-теорией) динамических уравнений является аффинным дифференциалом на проективной самодвойственности этого проективного функционального пространства, или его подходящей тензорной степени.

42. Сопоставление КАМ-теории и результата ее эквивариантной коррекции

Некоторый конструктив КАМ-теории, несмотря на ее локальность, состоит в том, что свойство интегрируемости по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем является (неканонической) аффинной координатизацией глубоко скрытого свойства аналитического автопродолжения нетривиальной КАМ-динамики (с *динамически неодносвязным, или топологически нетривиальным*) слоением Лиувилля-Арнольда, например, со слоением с *сепаратрисным инвариантным многообразием*) в бесконечность формального аффинного времени, которое и является указанным выше универсальным секущим отображением и обсуждается далее.

Результат этого, тонкого по своей математической структуре, аналитического продолжения (это отображение с самосопряженной операторной функциональной структурой для вещественного случая вещественного времени невозмущенной КАМ-динамики, см. [1]. [2]).

Этот результат конструктивен в случае трех степеней свободы и гипотетически конструктивен в общем случае степеней свободы (см. «концептуальный» п.1 из [2]), что для структуры фазовых потоков откорректированной КАМ-динамики (для каждого конкретного числа конфигурационных степеней свободы) означает

- конечно-порожденность и Галуа-структуру как функциональных модулей;
- его классификационную структуру для множества неэквивалентных типов аналитически интегрируемых по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем (см. [1], [2]).

Соответствующая аргументация для случая трех степеней свободы содержится в [1] и [2], а для общего случая степеней свободы (в контексте *гипотетической единой конструктивной модели универсальной теории возмущений для категории гамильтоновых систем*) содержится в первом параграфе работы [2].

Идеологически, *возникающая коррекционная картина категории интегрируемой динамики и ее теории возмущений, может быть единым образом сформулирована в терминах естественных мероморфных расширений простой исключительной алгебры Ли e_8* (см. [2], где введен новый класс алгебр Ли - мероморфных расширений алгебр Ли, имеющих естественную геометрическую интерпретацию изотропного расширения классических простых алгебр Ли).

Эта новая «глобально аналитическая» картина выглядит «алгебраически сверхжесткой» и совершенно отличной от «аффинно мягкой» и алгебраически тривиально структурированной картины КАМ-классики.

В этом структурном контексте возникающая, корректирующая КАМ-теорию, *картина реализует «аналитическую теорию Галуа»:*

- множество интегрируемых по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновых систем имеет жесткую структуру конечно-порожденного модуля Галуа со специальной структурой функционального векторного пространства;
- любая интегрируемая по Лиувиллю-Арнольду гамильтонова система разлагается по базису в этом универсальном векторном пространстве с конечным конструктивным базисом из явно аналитически определяемых интегрируемых систем;
- КАМ-теория представляется (естественным образом) соответствующей линейной алгеброй в этом конечно-порожденном функциональном векторном пространстве.

Вместе с тем, эта **новая, алгебраически жесткая, конструктивная картина аналитической гамильтоновой динамики** физически вполне осмыслена:

окружающий мир состоит из большого, но конечного числа типов реальных физических динамических систем, спектр которых допустимо моделировать аналитическим гамильтоновыми системами. При этом, динамические системы из этого стабильного спектра сами физически нетривиальны (например, как классические аналитические волчки) и также нетривиально взаимодействуют между собой в едином физическом пространстве-времени (см. также пп. 7, 48).

В новой и конструктивной картине теории возмущений интегрируемых гамильтоновых систем **место классического конечномерного КАМ-хаоса с математическим аппаратом ϵ -Коши-матанализа занимает нетривиальный красивый функциональный Галуа-разрешимый детерминизм** (см. [1], [2]).

43. Возникающий кризис КАМ-классики как некорректность теории неинтегрируемости и логически антиподальная теория АнтиКАМ

Наиболее критично для классики выглядит ситуация с возникающей аннигиляцией (фактическим отсутствием) торов Лиувилля-Арнольда, и соответственно – с **принципиальной некорректностью теоремы Лиувилля-Арнольда** (в топологически невырожденной ситуации лиувиллева слоения), поскольку это уже довольно давняя «фундаментальная» основа очень большой части теории интегрируемых систем и их возмущений – обсуждаемой КАМ-теории. Здесь важно подчеркнуть:

устранение проблемы малых знаменателей (разрешение их как особенностей) при коррекции реализуется их конструктивным потенциалом, генерируемым функцией F из теоремы I о стягиваемости КАМ-динамики и имеет математические корни

- в методе деформации Уайлса на пространстве эллиптических кривых E/\mathbb{Q} ;
- в аналитической замене классического аффинного времени, найденной С.В. Ковалевской при анализе уравнений Эйлера-Пуассона (см. [32]).

Этот неожиданный для классики факт **приводит к парадоксальному логически диаметрально противоположному к КАМ-теории эффекту (АнтиКАМ-эффекту)**:

Интегрируемые гамильтоновы уравнения не теряют интегрируемость из-за малых знаменателей.

а наоборот –

они как раз, по сути, интегрируются на множестве малых знаменателей, в том смысле, что малые знаменатели - это нульмерная часть области определения симметрий (аффинная карта на нейтральных элементах этих симметрий), на которых собственно и интегрируются исходные уравнения (это присоединенные представления мероморфных расширений классических простых алгебр Ли (см. [28])).

И более того, результат эквивариантной коррекции классической КАМ-теории канонически логически диаметрально противоположен КАМ-теории и полностью конструктивен – как алгебраически, так геометрически и физически.

В частности, это относится к теории возмущений волчка Эйлера (наиболее известного случая интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона): классическая теорема В.В. Козлова о неинтегрируемости его общего аналитического возмущения не только математически ([4], [8]), но и физически некорректна:

не включив граничные условия на бесконечности времени в анализ теории возмущений, данная теория исключила канонический сопровождающий тетраэдр для уравнений Эйлера-Пуассона, и соответственно, исключила собственно само твердое тело из области определения исходной задачи - задачи именно про это тело и его вращение.

Исключение из области определения фазового потока волчка Эйлера канонического сопровождающего тетраэдра (аналитического супертетраэдра, см. п.5) для общих уравнений Эйлера-Пуассона приводит к

аффинной локализации «комбинаторно сложного, но алгебраически жесткого и конструктивного Галуа-детерминизма» его общего аналитического возмущения сценариями «аффинно ε -Коши координатизированного хаоса».

Этот алгебраически жесткий и конструктивный Галуа-детерминизм, в частности, означает, что при общем эквивариантном аналитическом возмущении динамики волчка Эйлера возникает смыслово антиподальная «к хаотическому триплету расщепление-рождение-ветвление» (см. [4], [8]) картина - алгебраически конструктивное полностью интегрируемое расщепление сепаратрисы - отображение

- *канонически непрерывно координатизируемое алгеброй $e_8(\mathbb{Q}(t))$ (и соответствующей двойственностью Ли для нее) – простой исключительной функциональной алгеброй Ли – каноническими координатами на паутине Пуанкаре (см. [1], [2]);*
- *аналитически двойственно координатизируемое функцией $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ – общим конструктивными решением уравнений Эйлера-Пуассона – каноническими координатами на паутине Пуанкаре.*

«Паутина Пуанкаре» как фазовое множество имеет совершенно конструктивную «ортогональную» реализацию в виде орбиты потока больших кокругов на трехмерной сфере, имеющего эквивалентную конформную реализацию в виде аналитической равноугольной спирали Sp_{an} (см. п.13).

См. также график конформного представления «сверхсложной хаотической паутины Пуанкаре» (в сокращенной здесь характеристике самого Пуанкаре, см. [8]) *в виде* совершенно наглядного (но нетривиально конечно-порожденного) канонически детерминистического образа «канонической аналитически односвязной равноугольной спирали Sp_{an} » с канонической групповой (и индуцированной динамической структурой) на последней обложке монографии [1].

В итоге, результат эквивариантной коррекции классического твердотельного хаоса «расщепление-рождение-ветвление» в динамике классического тяжелого твердого тела

- *реализуется полной иерархией конечного числа интегрируемых случаев уравнений Эйлера-Пуассона;*
- *имеет структуру полного набора конструктивных сценариев перехода к хаосу – см. п. 34.*

И этот АнтиКАМ-эффект происходит в перенормировке пропущенного классикой функционального интегрирующего коцикла – 4-го интеграла (со скрытым проективным смыслом потенциала глобальной (однокартной) кэлеровой формы на минимальном мероморфном расширении трехмерного пространства Лобачевского) – потенциала канонической перенормировки классического фазового пространства уравнений Эйлера-Пуассона на инволюцию симметрии их обратимости по времени (см. также [2],[3]).

44. Локальная аффинная структура КАМ-динамики против априорной скрытой глобальности гамильтоновой динамики

Кратко, фундаментальная сущностная некорректность КАМ-теории для любого класса гладкости с нетривиальной (по слоению) интегрируемой по Лиувиллю-Арнольду гамильтоновой фазовой динамикой может быть охарактеризована как ограниченное описание целостной и структурно очень алгебраически жесткой конструктивной общей картины корректной гамильтоновой динамики с потерей ключевой информации, а именно, - ограничение корректной фазовой динамики на некорректно (неэквивариантно) суженную область ее определения.

И говоря несколько подробнее, эта некорректность характеризуется как *неэквивариантная конечномерная аффинная локализация канонической глобальной фазовой динамики* (т.е., фазовой динамики с одной картой атласа отображении фазового потока): КАМ-теория – это категория аффинных карт на каноническом аналитическом прямолинейном потоке $l_{an}(Kl^3)$ на канонической трехмерной бутылке Клейна Kl^3 – каноническом автосомоподобии канонического прямолинейного потока на многообразии Kl^3 , определенного над универсальным мероморфным полем $\mathbb{Q}(t)$.

Отображение $l_{an}(Kl^3)$ «универсально собирает» в единый канонический атлас все локальные аффинные КАМ-карты любой конечной размерности, то есть, выполняется соотношение эквивариантной коррекции КАМ-теории (см. [2]):

{Локальная аналитичность с КАМ-динамикой над аффинным временем}

↓

{Каноническая глобальная аналитичность с априорно авторекурсивной динамикой над аналитическим временем – естественной математической моделью реального времени, см. [33]}.

Отображение $l_{an}(Kl^3)$ в точности реализует глобальную гамильтонову форму представления эквивариантной КАМ-динамики: **прямолинейный поток на канонической бутылке Клейна Kl^3 задается в базе ее канонических циклов именно гамильтоновой формой уравнений** (и в этом – геометрическая суть гамильтоновой формы представления фазовой динамики, кажущаяся парадоксальной).

Гамильтонова форма аффинно аналитических динамических уравнений есть

- аффинный дифференциал канонической групповой Галуа-структуры на их фазовом пространстве;
- соотношение четности (суперградуировка) – «главное соотношение» в этой групповой структуре;
- аффинная координатная форма аналитической самодвойственности многообразия Kl^3 как орбиты экспоненциального отображения $\exp(NS^3)$, представляющая аффинно

нульмерную аффинную зеркальную симметрию в глобальном (каноническом функциональном) 3d-пространстве Лобачевского.

Таким образом, само свойство гамильтоновости исходно рассматриваемой интегрируемой по Лиувиллю-Арнольду динамики оказывается глобальным – топологически реализуемым в атласе из одной карты посредством авторекурсивной структуры фазового потока.

И это свойство («с суперсимметричной» структурой, см. п. 7) является симметрией канонической аффинной координатизации канонического аналитического автопродолжения аффинной гамильтоновой динамики на окружность (одномерный компакт) - канонический диагональный цикл на многообразии Kl^3 .

Важно, что такое автопродолжение

- имеет естественную 3d-косферическую аналитическую функциональную геометрию в виде канонической глобальной натуральной аналитической параметризации сферы S^3 (с орбитой в виде аналитического 3d-пространства Лобачевского);
- в групповом центре этой параметризации - кажущуюся фундаментальной модель реального физического времени (см. п.25, а также [33]).

Аналитическая структура отображения $I_{an}(Kl^3)$ в базовом односвязном случае имеет нетривиальный канонический дзета-функциональный вид операторнозначной функции $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ (см. [1], [2]): форма $\Delta_{12}(q)$ реализует канонические аффинные координаты на многообразии Kl^3 , а ее дзета-функция – уже просто канонические координаты (в форме схемного спектрального представления в сущностно и контекстно важном алгебро-геометрическом смысле).

Несомненно, ключевой алгебро-геометрический, да и в целом, математический смысл отображения $I_{an}(Kl^3)$, состоит в его конструктивной канонической функциональной конечнопорожденной Галуа-разрешимой структуре.

Из такого канонического глобального представления гамильтоновой динамики следует, что классическая невырожденная аффинная КАМ-динамика, причем, имеющая любой класс гладкости, не может быть нетривиально вложена в фазовый поток гамильтоновых уравнений.

Суть принципиального замечания о «классе КАМ-гладкости» состоит в том, что классы гладкости КАМ-динамики естественным образом лежат в ядре аналитического отображения $I_{an}(Kl^3)$, играющего роль канонического универсального гладкого отображения гамильтоновой фазовой динамики в целом:

произвольная формальная степень класса КАМ-гладкости равна степени отображения, канонического генерирующего отображение $I_{an}(Kl^3)$, базового прямолинейного потока $I(Kl^3)$.

45. Актуальность выявления некорректности КАМ-теории, компьютерная визуализация и чувствительность к начальным данным

Основное соотношение между КАМ-хаосом и его коррекцией выглядит вполне естественно в контексте теории аналитического продолжения:

{классический КАМ-хаос}

⇕

{*аффинная карта на мгновении (замкнутой точке) эквивариантной сложно детерминированной динамики*, представляющее ее аффинное сечение, не являющееся собственным}

⇕

{аффинный слой канонического глобального расслоения над компактным аналитическим временем}

⇕

{*аффинное физически локальное (безразмерное) искажение глобальной динамики*}.

Таким образом, актуальность выявления некорректности КАМ-теории, прежде всего, обусловлена «динамически локальным» искажением описания реальной динамики консервативных (гамильтоновых) массивных физических систем.

Основа этого, на самом деле, принципиального искажения, как уже отмечалось, была заложена А.Н. Колмогоровым в его знаменитом докладе на Международном Математическом Конгрессе в Эдинбурге в 1954 году ([16]): *за основу была положена нерезонансная динамика на инвариантных торах, а с резонансной динамикой, наоборот надо было бороться* (см. соответствующий анализ этой базовой концепции для теории возмущений в [1], гл.11).

Но имеется серьезная методологическая трудность по преодолению такого искажения, состоящая в том, что *КАМ-теория глубоко и прочно укоренилась в статусе «фундаментальной теории возмущений» для гамильтоновых динамических систем.*

«Компьютер рисует хаос» - эта фраза активно используется, как ни странно, ведущими специалистами в области динамических систем как аргументация практической верификации КАМ-теории.

Даже комментировать неловко высказывания, что *компьютер рисует то, что ему «сказал неэквивариантный алгоритм»*, составленный (одним из таких специалистов) в классическом аффинном времени \mathbb{R} . И в частности, в силу невозможности выполнения компьютером операции «деления на ноль», необходимой для КАМ-эквивариантной коррекции (см. п.8), компьютер не может визуализировать эквивариантные сценарии КАМ-хаоса.

46. Компьютерная визуализация классической КАМ-теории как дезориентирующий инструмент в образовании и исследованиях

Эффект правдоподобия картины компьютерного КАМ-хаоса состоит в том, что сущностно неэквивариантные компьютерные визуализации (под видом эквивариантных) представляют порой визуально красивые фазовые КАМ-фракталы (стационарные двумерные и трехмерные), которые сопровождаются «правдоподобными физическими интерпретациями».

Визуальная красота таких фрактальных структур также создает эффективный *методологически манипуляционный инструмент* для «псевдопонимания» и, таким образом, для, пусть даже и неумышленного, продвижения КАМ-теории. И все это происходит, начиная с 70-х годов прошлого века.

Но все это не отменяет каждый раз найти поворот для корректной интерпретации этой застывшей фрактальной красоты.

Например, качественную визуализацию можно увидеть в [27] и можно было бы предложить следующую интерпретацию содержащейся там «планетной визуализации» аффинной S^3 -динамики:

{фазовый портрет шарика, вертикально прыгающего на подпружиненном столике - *мгновенное состояние глобальной S^3 -динамики, представляющее ее аффинное сечение*}

⇕

{*компьютерная визуализация мгновенного вращения планеты в соответствии с моделью **Гредакса** (см. п.25)*}.

Гораздо ближе находятся к эквивариантности и физической реальности трехмерные динамические визуализации виртуальной реальности, включающие, например, автопилотирование (автомобилей, самолетов, водных транспортных средств) и анимацию в продвинутых компьютерных играх и киноиндустрии.

В частности, такие программные визуализации демонстрируют корректную реакцию движущихся массивных систем на действие на них гравитации. *И можно быть уверенным, что производители этих программных продуктов незнакомы с запрещающей возможностью это сделать КАМ-теорией.*

Выделим отдельно такую причину кажущейся правдоподобности КАМ-хаоса как **странные аттракторы**, являющиеся инвариантными множествами гамильтоновых систем. Они, действительно, выглядят как хаотические, неопределенно структурированные, фазовые инвариантные множества.

Но эта «типа хаотическая» (*на самом деле - аффинно мгновенно, аффинно локально хаотическая*) динамика, в итоге, (*после перенормировки на корректное время*) оказывается алгебраически сложно организованной детерминированной динамикой в конечномерном пространстве довольно высокой, но конечной, размерности.

Эта динамика строго математически описывается **непрерывной версией теоремы Лиувилля-Арнольда** (см. [2]).

Корректная же визуализация, требует создания алгоритмов нового уровня сложности. Она базируется на еще не разработанном трехмерном аналоге классического гармонического анализа Фурье с базисом в виде специальных функций из нового по уровню класса трансцендентности; представителем такого класса трансцендентности является общее решение уравнений Эйлера-Пуассона из [1].

В этом ключевом (генерирующем) случае, канонический базис для трехмерных Фурье-разложений - это базис пространства L -функций эллиптических кривых с рациональными коэффициентами, который, в соответствии с алгебраической интерпретацией указанного общего решения (см. [1], [2]), является конечным.

Отметим, что трехмерный гармонический анализ, описывая физические процессы с физическим числом степеней свободы, несомненно несет в себе огромный прикладной потенциал.

47. Конструктивная чувствительность к начальным данным в эквивариантной коррекции КАМ-теории

«*Чувствительность к начальным данным*» - еще один важный тестовый атрибут коррекции КАМ-теории.

Для случая *непрерывной коррекции КАМ-теории* «чувствительность к начальным данным» имеет данные непрерывной коррекции теоремы Лиувилля-Арнольда:

{Данные канонического прямолинейного потока на канонической трехмерной бутылке Клейна}

⇕

{Решение сравнений в группе классов изогенности эллиптических кривых E/\mathbb{Q} по модулю начальных данных (см. [34])}

⇕

{Данные линейной алгебры в функциональном конечно-порожденном модуле Галуа - пространстве эллиптических кривых E/\mathbb{Q} (см. [35])}

⇕

{Индикатрисная конструкция для классического $(3d + 1)$ -одномерного пространства Минковского M^4 , где бесконечно удаленная сфера S^3 – индикатриса, а ее групповое самосопряжение - фазовый поток на центральном пучке прямых в M^4 }.

В этом контексте

{«*Чувствительность к начальным данным*»}

⇕

{Попадание начальных данных в класс изогенности кривых $E/\mathbb{Q} \Leftrightarrow$ «конечно-порожденная вероятность»}

⇕

{«*конечно-порожденный*» детерминизм}.

На практике мы наблюдаем проекцию этой геометрически высокоразмерной, но физически безразмерной, динамики в конфигурационно трехмерное *физически размерное* пространство. *За кадром остается механизм генерации физически размерных величин и процессов, реализующий эту проекцию посредством Галуа-самосопряжения высокоразмерной геометрии.*

48. Сравнение КАМ и АнтиКАМ философий

Завершая, отметим, что образное сопоставление КАМ-теории и ее коррекции (канонически логически антиподальной теории, то есть АнтиКАМ-теории) перенормировкой на модель реального времени, можно, например, выразить и таким, относительно житейским, сравнением:

КАМ-теория – взгляд на зарождение торнадо из щели укрытия в спонтанном стробоскопическом освещении, а коррекция КАМ-теории – специальный резонансный взгляд на этот процесс, согласованный с априорной специальной глобальной резонансностью природы в реальном времени и подобный взгляду космонавта с орбитальной станции.

И борьба с малыми знаменателями, составляющая суть КАМ-теории, – это борьба с искусственно созданным бессистемным стробоскопическим освещением, но не борьба с локальностью взгляда.

В этом смысле – это борьба наблюдателя с самим собой на фоне априорно существующей глобальной самоорганизации и все пронизывающей гармонии природы, глубоко скрытых в ее изысканно уточненной глобально резонансной структуре, воплощенной перед исследователем в реальном времени.

Литература

- [1] Абраров Д.Л. Точная разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона: дзета-функции и глобальная динамика. М.: Научный мир, 2021, 614 с.
- [2] Abrarov D.L. General solution of the Euler-Poisson equations as a generator of universal perturbations theory in the context of the Langlands program and applications to problems of the theory of elementary particles and optimal control in real physical time. Intellectual Archive, natural science, mathematics, 91 p., www.IntellectualArchive.com
- [3] Abrarov D.L. The fundamental counterexample to КАМ-theory: non-existence of toroidal КАМ-dynamics and equivariant correction of КАМ-chaos. Intellectual Archive, natural science, mathematics, 20 p., www.IntellectualArchive.com
https://www.intellectualarchive.com/getfile.php?file=jWjxTv52UvI&orig_file=%D0%9A%D0%90%D0%9Cfake.pdf
- [4] Борисов А. В., Мамаев И.С. Динамика твердого тела. Ижевск. НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2001, 384 с.
- [5] Розенфельд Б.А., Замаховский М.П. Геометрия групп Ли. Симметрические, параболические и периодические пространства. М.: МЦНМО, 2003, 560 с.
- [6] Abrarov D.L. General solution $\exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ of the Euler-Poisson equations as the solution of the functional quaternion q -pendulum and canonical functional exponent// Intellectual Archive, natural science, mathematics, 70 p.
www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMNIF&orig_file=AbrarovDLq-pend.pdf
- [7] Абраров Д.Л. Математико-механическая модель гравитона и ассоциированных физических констант в рамках соответствия «волчки-элементарные частицы», Петровские чтения, Тезисы, Видео доклада, КФУ, 2023.
- [8] Козлов В.В. Симметрии, топология и резонансы в гамильтоновой механике. Ижевск: Изд-во Удм. Ун-та, 1995.
- [9] Козлов В.В. Ветвление решений и полиномиальные интегралы уравнений динамики// Прикладная математика и механика, т.62, вып.1, с.3-11.
- [10] Wiles A. Modular elliptic curves and Fermat's last theorem// Ann.Math.(2). 1995. V.141. pp. 443-551.

- [11] Abrarov D.L. Integrability of the general Euler-Poisson equations as the canonical simply connected analytic Liouville-Arnold theorem//Intellectual Archive, natural science, mathematics, 24 p. www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=4dHOAiYNeoN&orig_file=AnalyticL- ArnoldTheorem.pdf
- [12] Frey G. Links between stable elliptic curves and certain diophantine equations// Number Theory, Lecture Notes 1380, Springer-Verlag, New-York, 1987, pp, 31-62.
- [13] Волович И.В. Интегрируемость, хаос и группы Галуа в квантовых динамических системах. Доклад на общеститутском семинаре МИАН, ноябрь 2023, видео, сайт МИАН.
- [14] Perez-Marco Ricardo. Solution complete au probleme de Siegel de linearisation d'une application holomorphe au voisinage d'une piont fixe (d'apres J.-C. Yoccoz). Seminair Bourbaki, 1991-1992, № 753, Asterisque, 206 (1992), p. 273-310.
- [15] Ильяшенко Ю.С. Аттракторы и их фрактальная размерность. 2-е изд., стереотип. М. МЦМНО, 2023, 16 с.
- [16] Колмогоров А.Н. Общая теория динамических систем и классическая механика. Международный математический конгресс в Амстердаме, 1954 г. // Обзорные доклады / Пер. с англ., франц. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961, с.187-208.
- [17] Манин Ю.И. Фробениусовы многообразия. Квантовые когомологии и пространства модулей. М.: Издательство «Факториал-Пресс», 2002 г., 344 с.
- [18] Taylor R., Wiles A. Ring-theoretic properties of certain Hecke algebras// Ann.Math.(2). 1995. V.141. p. 551–613.
- [19] Демин В.Г. Судьба солнечной системы. М.: Наука. Гл.ред. физ.-мат. лит., 1969.
- [20] Трещев Д.В. Введение в теорию возмущений гамильтоновых систем. М.: ФАЗИС, 1998. VIII+184с.
- [21] Abrarov D.L. Relativistic pendulum-oscillator model of the Earth-Moon system. www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=ci9O1OjfJBj&orig_file=PendOscModelEarth-MoonSystem.pdf
- [22] Манин Ю.И. Панчишкин А.А. Введение в современную теорию чисел. М.: МЦМНО, 2009, 552с.
- [23] Козлов В.В. Софья Ковалевская: математик и человек. УМН, 2000 г., т. 55, Вып. 6 (336), с.159-172.
- [24] Аббаров Д.Л. Теорема Ферма: феномен доказательства Уайлса. https://polit.ru/science/2006/12/28/abrarov_print.html
- [25] Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1974. 432 с.
- [26] Ryazantsev Y.V. The analytical Bekenstein limit and a new relations between fundamental constants. Presentation to the Third Symposium of the BRICS Association on Gravity, Astrophysics and Cosmology. Kazan, 2019.
- [27] Самойленко С.Б. Странный аттрактор. Статья в блоге «Енот-математик» на Яндекс-Дзен.
- [28] Abrarov D.L. Integrability of the general Euler-Poisson equations as the canonical simply

connected analytic Liouville-Arnold theorem//Intellectual Archive, natural science, mathematics, 24 p.
www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=4dHOAiYNeoN&orig_file=AnalyticL-ArnoldTheorem.pdf

- [29] Hyubrechts D. Lectures on K3 Surfaces. Cambridge University Press, 2016, 485 p.
- [30] Абраров Д.Л. Точная разрешимость уравнений Эйлера-Пуассона как АнтиКАМ-теория.
Видео на YouTube.
- [31] Желобенко Д.П. Основные структуры и методы теории представлений. М.: МЦНМО, 2004, 488 с.
- [32] Ковалевская С.В. Задача о вращении твердого тела около неподвижной точки. Научные работы. М.: Изд-во АН СССР, 1948, с. 153-220.
- [33] Abrarov D.L. General solution of the Euler-Poisson equations as the canonical functional exponent associated with the Riemann zeta-function in real-time context// Intellectual Archive, natural science, mathematics, 78p,
www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMINIF&orig_file=AbrarovDLexp.pdf
- [34] Abrarov D.L. A Galois-theory scheme of the Euler-Poisson equations and its pendulum interpretation in the canonical Lobachevsky function space// Intellectual Archive, natural science, mathematics, 58 p.
www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMINIF&orig_file=GaloisTheoryEulerPoisson Eqs.pdf
- [35] Abrarov D.L. General solution $exp \zeta(s, \Delta_{12}(q))$ of the Euler-Poisson equations as the solution of the functional quaternion q -pendulum and canonical functional exponent// Intellectual Archive, natural science, mathematics, 70 p.
www.IntellectualArchive.com/getfile.php?file=6rgJmFMINIF&orig_file=AbrarovDLq-pend.pdf

